

*ТОЕ-1 (практика)*

**Міністерство освіти і науки України  
Національний технічний університет  
"Дніпровська політехніка"**



**Кафедра електротехніки**



**Хілов В.С.**

**Методичні вказівки до самостійних та практичних занять  
і контрольні завдання з дисципліни  
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ, ЧАСТИНА 1  
(розділи: «Основи теорії кіл постійного струму» та  
«Основи теорії кіл гармонійного однофазного струму»  
для студентів спеціальності  
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка**

**Дніпро  
2021**

Рекомендовано до видання навчально-методичним відділом (протокол № від за поданням науково-методичної комісії зі спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка (протокол № 21/22-01 від 30.08.2021 р.)

Методичні вказівки до самостійних та практичних занять і контрольні завдання з дисципліни «Теоретичні основи електротехніки, частина 1 (розділи: «Основи теорії кіл постійного струму» та «Основи теорії кіл гармонійного однофазного струму») для студентів спеціальності 141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка /В.С. Хілов; Нац. техн. ун-т. «Дніпровська політехніка» – Д.: НТУ "ДП", 2021. – 99 с.

Автор: В. С. Хілов, д-р техн. наук, професор.

Методичні вказівки призначено для виконання самостійної роботи і контрольних завдань та проведення практичних занять з дисципліни "Теоретичні основи електротехніки" (частина 2, розділи "Основи теорії кіл постійного і гармонійного однофазного струмів") студентами денної та заочної форм навчання за спеціальностями: 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

У кожному розділі подано короткі методичні вказівки, типові завдання з рішенням та необхідними поясненнями, а також вихідні дані для виконання самостійно студентами розрахунково-графічних завдань. Наводяться питання для самостійного контролю залишкових знань.

Друкується в редакції автора.

© Хілов В.С. 2021.

© НТУ «Дніпровська політехніка», 2021

## ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ДО РОЗРАХУНКОВО-ГРАФІЧНИХ ЗАВДАНЬ

Даний посібник до самостійної та практичних робіт з розрахунку електричних кіл охоплює основні частини курсу "Теоретичні основи електротехніки" (ТОЕ) і відповідає програмі, затвердженій методичними комісіями для студентів денної та заочної форм навчання за спеціальностями: 141 Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка, 151 Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології, 152 Метрологія та інформаційно-вимірвальні технології НТУ "Дніпровська політехніка".

Одним з основних моментів активізації роботи студентів при вивченні курсу ТОЕ є виконання розрахунково-графічних завдань. Студенти при вивченні даної дисципліни отримують необхідні знання про фундаментальні закони функціонування та основних методах розрахунку електромагнітних процесів, з якими доводиться зустрічатися на практиці в електричних колах і електромагнітних полях.

При вивченні теорії електричних кіл слід приділити увагу методам складання алгоритмів розрахунку на підставі теоретичних положень і аналізу, який з'являється в колах фізичних процесів. Нехтувати фундаментальними положеннями неприпустимо тому, що це призводить до неправильних розрахункових математичних моделей і, в кінцевому рахунку, до отримання невірних результатів.

Після того, як вивчена теорія, рекомендується попрактикуватися у вирішенні завдань по даній темі (див. літературу). Виконання розрахунково-графічних завдань є остаточною перевіркою вивчення студентами відповідних розділів курсу. Необхідно підкреслити, що теорія процесів, які виникають в електричних колах або електромагнітних полях викладається на математичній основі, тому від студента вимагається здатність вільного використання математичного апарату.

Схеми, креслення, графіки повинні бути виконані у відповідності з вимогами загальної системи конструкторської документації, графіки виконують на міліметровому папері із зазначенням на осях координат значень і одиниці вимірювання. У розрахунках необхідно наводити розрахункові формули. Результати виділяються від загального тексту. Виконуючи рішення (кожен етап повинен бути коротко пояснений) не роблять всі алгебраїчні перетворення, а лише основні. При розрахунках параметрів кіл (з точністю до третіх значущих цифр) рекомендується використовувати калькулятори або ПЕОМ. У розрахунково-графічних завданнях (зразок виконання показаний в додатках) відомі теоретичні формули та рівняння, що не використовуються в розрахунках, не наводяться. В кінці роботи наводиться список використаної літератури, дата закінчення розрахунку та підпис студента.

Обсяг виконання розрахунково-графічного завдання встановлюється викладачем.

Розрахунково-графічні завдання, включені в ці методичні вказівки не охоплюють всю програму. Тому окремі розділи курсу необхідно вивчити самостійно, причому кожен розділ важливий в рівній мірі. Неможливо приступати до вивчення наступних розділів не вивчивши попередні.

Номер виконуваного варіанту вибирається у відповідності з номером залікової книжки студента і відповідають двом останнім чисел. До наданими на рецензію розрахунково-графічних завдань висувуються такі вимоги:

1. Основні положення рішення повинні мати аргументовано обґрунтовані.
2. Малюнки, графіки, схеми, в тому числі і задані умовою задачі, не слід розміщувати серед тексту.
3. Звіт з розрахунково-графічного завдання оформлюється на одній стороні аркуша формату А4.
4. У звіті з розрахунково-графічного завдання слід залишати поля для зауважень рецензента.
5. Розрахунково-графічне завдання має бути датоване і підписане студентом.

6. Не зараховані розрахунково-графічні завдання необхідно виправити та надіслати на додаткову рецензію разом з початковою роботою і зауваженнями рецензента. Виправлення помилок у відрецензійованій роботі не допускається.

Розрахунково-графічне завдання зараховується, якщо рішення не містять помилок принципового характеру і якщо виконані перераховані вище вимоги.

Робота над розрахунково-графічним завданням допомагає студентам перевірити ступінь засвоєння ними курсу, виробляє в них навички чітко і коротко викладати хід розв'язання задачі. Для успішного досягнення цієї мети необхідно керуватися наступними правилами:

1. Починаючи розв'язок завдання, вказати які фізичні закони або розрахункові методи передбачається використовувати при вирішенні, привести кількісні співвідношення в загальному вигляді, що виражають ці закони і методи.

2. Позначити через літерні символи значення параметрів електричних кіл і електромагнітних полів. Пояснити значення кожного літерного символу, який вперше зустрічається у вирішенні завдання.

3. У ході розв'язку задачі прийняті на початку передбачувані напрямки струмів, позначення вузлів, опорів, ЕРС і т. д., після знаходження дійсних струмів, потенціалів вузлів і т. д. не слід змінювати. Не слід змінювати позначення задані по умові задачі. При розв'язку однієї і тієї ж задачі різними методами одну і ту ж величину слід позначати одним і тим же буквеним символом.

4. Розрахунок кожної вихідної величини слід виконувати спочатку в загальному вигляді, а потім в отриману формулу поставити числові значення і привести остаточний результат із зазначенням одиниці виміру. При розв'язку системи рівнянь доцільно скористатися відомими методами спрощення розрахунку визначників.

5. Проміжний і кінцевий результат повинні бути чітко виділені із загального тексту.

6. Розв'язок завдання не слід перевантажувати приведенням всіх алгебраїчних перетворень і арифметичних розрахунків.

7. Для позначення елементів електричних схем слід застосовувати позначення, прийняті в курсі ТОЕ і наведені в підручниках з ТОЕ.

8. Кожному етапу рішення необхідно давати короткі пояснення.

9. При побудові кривих вибирати такий масштаб, щоб на 1 см осі координат доводилося  $1 \times 10^{\pm n}$  або  $2 \times 10^{\pm n}$  одиниць виміру фізичної величини, де  $n$  - ціле число. Градування осей виконати, починаючи з нуля, рівномірно через один або два

сантиметри. Числові значення координат точок, за якими будуються криві, не приводити. Весь графік в цілому і окремі криві на ньому повинні мати назви.

Остаточна перевірка набутих знань з курсу ТОЕ проводиться на іспиті в присутності викладача. Приклади екзаменаційних білетів наводяться нижче.

## ПРИКЛАДИ ЕКЗАМЕНАЦІЙНИХ БІЛЕТІВ

### РОЗДІЛ 1

#### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Спеціальність 141 - Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

Семестр 2, РОЗДІЛ 1.

Дисципліна: Теоретичні основи електротехніки, частина 1.

Розробник Хілов В.С., професор кафедри Електротехніки, НТУ "ДП"

#### БІЛЕТ №5

1. Закон Ома для ділянки кола, що містить джерело ЕРС.
2. Розрахунок кіл методом вузлових потенціалів.
3. До замикання ключа S амперметр показував 2А. Що покаже амперметр після замикання ключа S, якщо U- постійна напруга?



### РОЗДІЛ 2

#### МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ НАЦІОНАЛЬНИЙ ГІРНИЧИЙ УНІВЕРСИТЕТ

Спеціальність 141 - Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка.

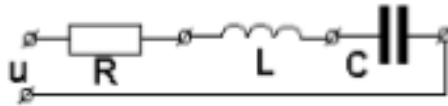
Семестр 2, РОЗДІЛ 2.

Дисципліна: Теоретичні основи електротехніки, частина 1.

Розробник Хілов В.С., професор кафедри Електротехніки, НТУ "ДП"

#### TEST CARD № 5

1. Миттєве, амплітудне і діюче значення синусоїдального струму.
2. Передача потужності через магнітно-пов'язані ланцюги.
3. Відомі струми  $i = 14,1 \sin(\omega t + 30^\circ)$ , А та напруга  $u = 14,1 \sin(\omega t - 60^\circ)$ , В двополюсника. Визначити активну, реактивну і повну потужності двополюсника.
4. До кола прикладено напругу  $u = (100 + 100\sqrt{2} \sin(100t + 45^\circ))$ , В. Знайти реактивну потужність Q кола, якщо задано  $\omega \cdot L = \frac{1}{\omega \cdot C} = 10 \Omega$ .



До початку вивчення властивостей кіл і полів, необхідно встановити деякі основні поняття. Перед тим як визначати ці поняття, ми повинні вибрати систему одиниць, яку будемо використовувати скрізь у тексті, див. Додаток а

## 1. Розрахунок електричних кіл постійного струму

### 1.1. Розрахунок параметрів лінійних електричних кіл

При розрахунку струмів електричного кола слід враховувати, що

1. Всі змінні є множиною дійсних чисел зі знаком, які розташовуються на одній числовій осі. Розрахунок заснований на алгебраїчних рівняннях з використанням матричного апарату розв'язання системи рівнянь.

2. Струм ідеального джерела струму не залежить від опору навантаження. Внутрішній опір ідеального джерела струму дорівнює нескінченності.

3. Напруга ідеального джерела ЕРС не залежить від струму навантаження. Внутрішній опір ідеального джерела ЕРС дорівнює нулю.

4. У стаціонарних режимах роботи електричних кіл постійного струму опір протіканню струму чинять тільки резистивні елементи. Ідеальні котушки індуктивності не чинять опір постійному струму, а ідеальні ємнісні елементи розривають гілки кіл постійного струму.

5. Розрахунок лінійних кіл постійного струму в стаціонарних режимах роботи здійснюється на основі системи алгебраїчних рівнянь, які складаються з використанням законів Кірхгофа, методу контурних струмів, методу накладання або методу вузлових потенціалів.

6. В окремих випадках, коли в колі єдине джерело енергії – розрахунок раціонально вести методом перетворення з використанням закону Ома.

7. У тих випадках, коли кількість незалежних контурів менше, ніж число гілок у схемі розрахунок раціонально здійснювати на основі методу контурних струмів.

8. Якщо число вузлів в схемі менше числа незалежних контурів, то розрахунок доцільно розраховувати струми на основі методу вузлових потенціалів, а в окремому випадку на основі методу двох вузлів.

9. Коли потрібно прорахувати параметри кола тільки однієї гілки, то розрахунок раціонально здійснювати на основі методу еквівалентного генератора.

10. Перевірка правильності розрахунку здійснюється шляхом складання балансу потужностей.

11. При складанні балансу потужностей необхідно враховувати, що резистивні елементи завжди поглинають електричну енергію та безповоротно її розсіюють в тепловій енергії. Джерела енергії можуть, як поглинати, так і генерувати електричну енергію. Якщо напруга і струм на затискачах джерела енергії збігаються за напрямом, то джерело поглинає енергію, в іншому випадку він її генерує. Перетворення джерела

струму до джерела ЕРС і зворотне перетворення може привести до зміни режиму роботи джерела.

12. Потенційна діаграма – графік розподілу напруги уздовж будь-якої ділянки кола. Якщо ділянка кола не замкнута, то це графічне представлення закону Ома. Потенційною діаграмою замкнутого контуру є графічне зображення другого закону Кірхгофа.

### 1.2. Застосування закону Ома для розрахунку параметрів кола постійного струму

Закон Ома показує зв'язок між струмом, напругою і опором гілки в нерозгалужених колах: струм прямо пропорційний різниці потенціалів на висновках ділянки і обернено пропорційний опору цієї ділянки. Для запису закону Ома в математичній формі обирається довільно позитивний напрямок струму  $I$ . Так, для гілок без електрорушійних сил (ЕРС) (Рис.1.1: наприклад для параметрів  $E_2 = 10V$ ;  $E_3 = 20V$ ;  $R_1 = 10\Omega$ ;  $R_2 = 15\Omega$ ;  $R_3 = 20\Omega$ ;  $R_4 = 10\Omega$ ;  $R_5 = 5\Omega$ ;  $R_6 = 10\Omega$ ) можемо обрати додаткові напрями струмів:

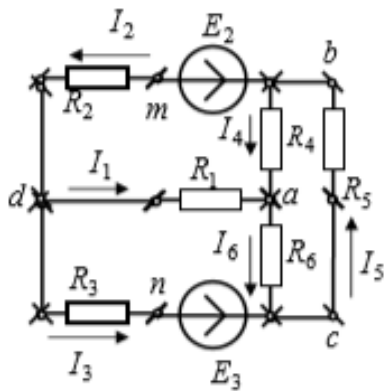


Fig.1.1

- $I_1$  напрям струму від  $d$  до  $a$ ;
- $I_4$  напрям струму від  $b$  до  $a$ ;
- $I_5$  напрям струму від  $c$  до  $b$ ;
- $I_6$  напрям струму від  $a$  до  $c$ .

Чисельні значення струмів можна отримати, безпосередньо застосувавши до гілок схеми закон Ома

$$I_1 = \frac{V_d - V_a}{R_1} = \frac{0 - 6.09}{10} = -0.609, A;$$

$$I_4 = \frac{V_b - V_a}{R_4} = \frac{8.7 - 6.09}{10} = 0.261, A;$$

$$I_5 = \frac{V_c - V_b}{R_5} = \frac{6.09 - 8.7}{5} = -0.522, A;$$

$$I_6 = \frac{V_a - V_c}{R_6} = \frac{6.09 - 9.57}{10} = -0.348, A;$$

де  $V_a, V_b, V_c, V_d$  відомі потенціали точок  $a, b, c$  та  $d$ , відповідно ( $V_c = 9.57V$ ;  $V_d = 0.0V$ ;  $V_a = 6.09V$ ;  $V_b = 8.7V$ );  $U_{da} = V_d - V_a$ ,  $U_{ba} = V_b - V_a$ ,  $U_{ac} = V_a - V_c$  падіння напруги на ділянках між точками  $d$  і  $a$ ,  $b$  і  $a$ ,  $a$  і  $c$ .

Для ділянок з джерелами ЕРС і опорами закон Ома перетвориться до виду:

$$I = \frac{V_1 - V_2 \pm E}{R}, A$$

При використанні закону Ома на ділянці кола з джерелом ЕРС враховуємо правило знаків для ЕРС. Знак ЕРС вибирається позитивний "+" коли напрямки ЕРС і струму на ділянці кола однакові по напрямку (збігаються), і знак негативний "-" вибирається якщо їхні напрямки протилежні (не збігаються). Так, для ділянок кола (Рис.1.1) з джерелами ЕРС маємо:

$$I_2 = \frac{V_b - V_d + E_2}{R_2} = \frac{8.7 - 0 + 10}{15} = 1.25A;$$

$$I_3 = \frac{V_d - V_c - E_3}{R_3} = \frac{0 - 9.57 - 20}{20} = -1.48A.$$

### 1.3. Застосування законів Кірхгофа для розрахунку параметрів кола постійного струму

Закон струмів Кірхгофа (ЗСК). Перший закон Кірхгофа називається "закон струмів". Кількість електричних зарядів, що входять в будь-який вузол кола дорівнює кількості електричних зарядів, що виходять з цього вузла, або алгебраїчна сума струмів, що сходяться у вузлі дорівнює нулю

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0,$$

де  $k$  - поточний номер гілки, приєднаної до вузла; всього до вузла підключено  $n$  гілок.

Закон напруг Кірхгофа (ЗНК). Другий закон Кірхгофа визначає, що алгебраїчна сума падінь напруг в будь-якому замкнутому контурі дорівнює алгебраїчній сумі напруг джерел енергії включених у контур

$$\sum_{k=1}^n R_k I_k = \sum_{k=1}^n E_k,$$

де  $k$  - номер гілки, з'єднаної в контур; в контурі знаходяться  $n$  гілок.

Порядок розрахунку параметрів схеми за законами Кірхгофа.

Цей метод використовується для розрахунку складних розгалужених кіл з декількома джерелами електричної енергії. Основна ідея в використанні цих законів полягає в знаходженні спільних рівнянь, із розв'язку яких знаходяться шукані параметри кола. При складанні рівнянь використовуються наступні правила:

- Визначається кількість невідомих величин, які необхідно розрахувати;
- Вибираються додаткові напрямки невідомих струмів і напруг в схемі;
- Підраховуються кількість вузлів, гілок і незалежних контурів у схемі;



➤ Складаються спільні рівняння за першим законом Кірхгофа, кількість яких на одиницю менше числа вузлів;

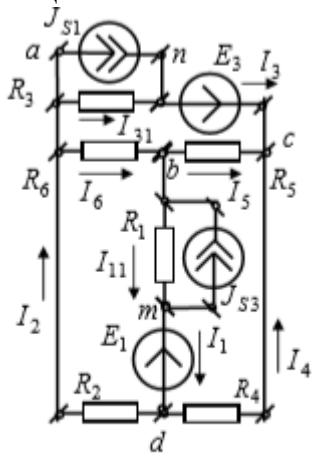


Fig.1.2

➤ Складають відсутні рівняння, використовуючи другий закон Кірхгофа для незалежних контурів. Загальна кількість рівнянь повинна дорівнювати кількості невідомих параметрів.

Розрахунковий приклад 1: Визначити струми гілок в схемі Рис.1.2 використовуючи закони Кірхгофа, якщо відомо:

$$\begin{aligned}
 J_{S1} &= 1A; J_{S3} = 0.5A; E_1 = 10V; E_3 = 20V; \\
 R_1 &= 10\Omega; R_2 = 15\Omega; R_3 = 20\Omega; \\
 R_6 &= 10\Omega; R_4 = 10\Omega; R_5 = 5\Omega.
 \end{aligned}$$

Розв'язок розрахункового прикладу 1:

Ця схема містить шість вузлів і десять гілок. Ми знаємо струми в першій і третій гілках  $J_{S1} = 1A$ ,  $J_{S2} = 0.5A$ . Треба визначити вісім струмів. Вибираємо позитивні напрямки для струмів  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, I_6, I_7, I_8$  і вказуємо їх на схемі. Можемо скласти п'ять лінійно незалежних рівнянь за першим законом Кірхгофа

$$\text{для вузла "а"} \quad -J_{S3} + I_{31} - I_6 - I_2 = 0 \quad (1)$$

$$\text{для вузла "б"} \quad I_6 - I_5 + J_{S1} - I_{11} = 0 \quad (2)$$

$$\text{для вузла "с"} \quad I_3 + I_4 - I_5 = 0 \quad (3)$$

$$\text{для вузла "d"} \quad I_1 - I_2 - I_4 = 0 \quad (4)$$

$$\text{для вузла "н"} \quad J_{S3} + I_{31} - I_3 = 0 \quad (5)$$

За другим законом Кірхгофа записуємо три рівняння, вибравши напрямок обходу контурів по ходу годинниковою стрілкою:

$$\text{для контура "ancba"} \quad I_{31}R_3 - I_5R_5 - I_6R_6 = E_3 \quad (6)$$

$$\text{для контура "abmda"} \quad I_6R_6 + I_{11}R_1 + R_2 = -E_1 \quad (7)$$

$$\text{для контура "bcdmb"} \quad I_5R_5 - I_4R_4 - I_{11}R_1 = E_3 \quad (8)$$

Записуємо систему рівнянь (1) ... (8), яка містить шість невідомих струмів:

$$\begin{aligned}
 -0.5 + I_{31} - I_6 + I_2 &= 0 \\
 I_6 - I_5 + 1 - I_{11} &= 0 \\
 I_3 + I_4 - I_5 &= 0 \\
 I_1 - I_2 - I_4 &= 0 \\
 0.5 + I_{31} - I_3 &= 0 \\
 I_{31}20 - I_55 - I_610 &= 20 \\
 I_610 - I_{11}10 + I_215 &= -10 \\
 I_55 - I_410 - I_{11}10 &= 10
 \end{aligned}$$

Розв'язок системи рівнянь дає результат:

$$\begin{aligned}
 I_1 = -1.0A; I_{11} = 0.0A; I_2 = -0.0A; I_3 = 1.0A; I_{31} = 0.5A; I_4 = -1.0A; \\
 I_5 = 0.0A; I_6 = -1.0A.
 \end{aligned}$$

#### 1.4. Застосування методу вузлових потенціалів для розрахунку параметрів кола постійного струму. Перевірка розрахунку за балансом потужностей

Метод вузлових потенціалів є найбільш загальним методом аналізу електричних кіл. Цей метод заснований на визначенні потенціалів кожного вузла як незалежної змінної. Якщо потенціали всіх вузлів схеми визначені, то за законом Ома можна визначити струм в кожній гілці. Відповідно до закону Ома струм гілки визначається наступним чином:

$$I = \frac{(E + (V_1 - V_2))}{R}$$

Кожен струм вузла може бути визначений через значення вузлових потенціалів, ЕРС, провідності гілки і відповідно до першого закону Кірхгофа:

$$\sum I = 0$$

Порядок розрахунку методом вузлових потенціалів у застосуванні до лінійних електричних кіл:

1. В електричній схемі підраховуємо кількість всіх вузлів і позначаємо кількість вузлів як  $n$ .
2. Потенціал одного з вузлів приймається рівним нулю. Цей вузол може бути заземлений.
3. Застосовуючи перший закон Кірхгофа до кожного з  $n-1$  вузлів, визначаємо кожен струм вузла через значення потенціалів вузлів і провідності гілок

$$\begin{aligned}
 V_1G_{11} - V_2G_{12} - V_3G_{13} - \dots - V_{n-1}G_{1n-1} &= I_{11} \\
 -V_1G_{21} + V_2G_{22} - V_3G_{23} - \dots - V_{n-1}G_{2n-1} &= I_{22}
 \end{aligned}$$

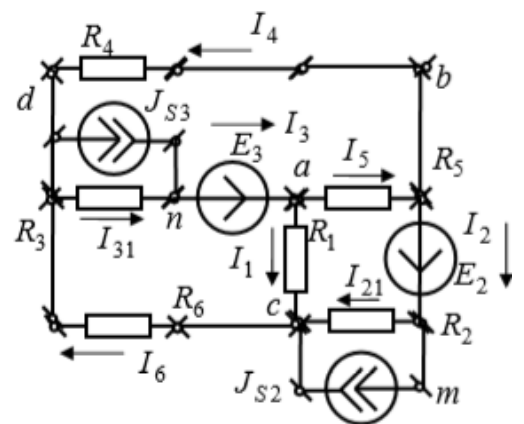


Рис.1.3.

$$-V_1 G_{n-11} + V_2 G_{n-12} - V_3 G_{n-13} - \dots - V_{n-1} G_{n-1n-1} = I_{n-1n-1}$$

4. Розв'язуючи лінійну систему  $n-1$  рівнянь з  $n-1$  невідомими потенціалами  $V_1, V_2, V_3, \dots, V_{n-1}$  всі потенціали вузлів.

5. Струми гілок розраховують за законом Ома.

Розрахунковий приклад 2: Визначте струми в гілках електричного кола Рис.1.3, якщо відомо

$$J_{S2} = 1 \text{ A}; J_{S3} = 0.5 \text{ A}; E_2 = 10 \text{ V}; E_3 = 20 \text{ V}; R_1 = 10 \text{ } \Omega; R_2 = 15 \text{ } \Omega; R_3 = 20 \text{ } \Omega; R_6 = 10 \text{ } \Omega; R_4 = 10 \text{ } \Omega; R_5 = 5 \text{ } \Omega.$$

Розв'язок розрахункового прикладу 2:

Ця схема має 5 вузлів, які позначені як  $a, b, c, d, n, m$ . Заземляємо вузол  $m$  і визначаємо його потенціал як  $V_m = 0$ . Так як внутрішній опір ідеального джерела ЕРС дорівнює нулю, тому  $M_b = -E_2$ .

Для інших вузлів  $a, c, d$  і  $n$  можемо записати наступні рівняння:

$$\begin{aligned} G_{aa}V_a - G_{ac}V_c - G_{ad}V_d - G_{an}V_n &= I_{aa} + G_{ab}V_b \\ -G_{ba}V_a - G_{bc}V_c - G_{bd}V_d - G_{bn}V_n &= I_{bb} - G_{bb}V_b \\ -G_{ca}V_a + G_{cc}V_c - G_{cd}V_d - G_{cn}V_n &= I_{cc} + G_{cb}V_b \\ -G_{da}V_a - G_{dc}V_c + G_{dd}V_d - G_{dn}V_n &= I_{dd} + G_{db}V_b \\ -G_{na}V_a - G_{nc}V_c - G_{nd}V_d + G_{nn}V_n &= I_{nn} + G_{nb}V_b \end{aligned}$$

Так як потенціал точки  $b$  (вузол  $b$ ) відомий, то

$$\begin{aligned} G_{aa}V_a - G_{ac}V_c - G_{ad}V_d - G_{an}V_n &= I_{aa} + G_{ab}V_b \\ -G_{ba}V_a - G_{bc}V_c - G_{bd}V_d - G_{bn}V_n &= I_{bb} - G_{bb}V_b \\ -G_{ca}V_a + G_{cc}V_c - G_{cd}V_d - G_{cn}V_n &= I_{cc} + G_{cb}V_b \\ -G_{da}V_a - G_{dc}V_c + G_{dd}V_d - G_{dn}V_n &= I_{dd} + G_{db}V_b \\ -G_{na}V_a - G_{nc}V_c - G_{nd}V_d + G_{nn}V_n &= I_{nn} + G_{nb}V_b \end{aligned}$$

Визначаємо коефіцієнти та струми вузлів:

$$G_{aa} = \frac{1}{0} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_1} = \infty + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} = \infty;$$

$$G_{ab} = G_{ba} = \frac{1}{R_5} = \frac{1}{5} = 0.2 \text{ } \Omega; G_{ac} = G_{ca} = \frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} = 0.1 \text{ } \Omega;$$

$$G_{ad} = G_{da} = 0 \text{ } \Omega; G_{an} = G_{na} = \frac{1}{0} = \infty; I_{aa} = \frac{E_3}{0} = \infty E_3;$$

$$G_{bb} = \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{0} = \infty; G_{bc} = G_{cb} = \frac{1}{\infty} = 0 \text{ } \Omega;$$

$$G_{bd} = G_{db} = \frac{1}{R_4} = \frac{1}{10} = 0.1\Omega; G_{bn} = G_{nb} = \frac{1}{\infty} = 0\Omega; I_{bb} = \frac{-E_2}{0} = -\infty E_2;$$

$$G_{cc} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{10} + \frac{1}{15} + \frac{1}{10} + \frac{1}{\infty} = 0.267\Omega;$$

$$G_{cd} = G_{dc} = \frac{1}{R_6} = \frac{1}{10} = 0.1\Omega; G_{cn} = G_{nc} = 0\Omega; I_{cc} = J_{s2} = 1 \text{ A};$$

$$G_{dd} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{20} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{\infty} = 0.25\Omega;$$

$$G_{dn} = G_{nd} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{20} = 0.05\Omega; I_{dd} = -J_{s3} = -0.5 \text{ A};$$

$$G_{nn} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{0} + \frac{1}{\infty} = \frac{1}{20} + \infty + \frac{1}{\infty} = \infty; I_{nn} = \frac{-E_3}{0} + J_{s3} = -E_3 \infty + 0.5 \text{ A}.$$

Запишемо рівняння, в які підставляємо числові значення:

$$\begin{aligned} \infty V_a - 0.1 V_c - 0 V_d - \infty V_n &= \infty E_3 + 0.2 V_b; \\ -0.2 V_a - 0 V_c - 0.1 V_d - 0 V_n &= -\infty E_2 - \infty V_b; \\ -0.1 V_a + 0.267 V_c - 0.1 V_d - 0 V_n &= 1 + 0 V_b; \\ -0 V_a - 0.1 V_c + 0.25 V_d - 0.05 V_n &= -0.5 + 0.1 V_b; \\ -\infty V_a - 0 V_c - 0.05 V_d + \infty V_n &= -E_3 \infty + 0.5 \text{ A} + 0 V_b. \end{aligned}$$

Спростуємо отриману систему рівнянь за допомогою ділення доданків першого і другого рівнянь на нескінченну величину:

$$\begin{aligned} V_a - V_n &= 20; \\ -0.2 V_a - 0.1 V_d &= 0; \\ -0.1 V_a + 0.267 V_c - 0.1 V_d &= 1; \\ -0.1 V_c + 0.25 V_d - 0.05 V_n &= -0.5 - 3; \\ -V_a + V_n &= -20; \\ -0.2 V_n - 0.1 V_d &= 4; \\ -0.1 V_n + 0.267 V_c - 0.1 V_d &= 3; \\ -0.05 V_n - 0.1 V_c + 0.25 V_d &= -3.5. \end{aligned}$$

Після чисельного розв'язку отримаємо:

$$V_n = -23.62 \text{ V}; V_c = -1.92 \text{ V}; V_d = -11.5 \text{ V}; V_a = -3.62 \text{ V}; V_b = -E_2 = -10.0 \text{ V}; V_m = 0 \text{ V}$$

Вказавши додатні напрямки струмів в гілках схеми, за законом Ома можемо визначити невідомі струми:

$$I_1 = \frac{V_a - V_c}{R_1} = \frac{-3.62 + 1.92}{10} = -0.17 \text{ A}; I_{21} = \frac{V_m - V_c}{R_2} = \frac{0 + 1.92}{15} = 0.128 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{21} + J_{S2} = 0.192 + 1 = 1.192A; I_{31} = \frac{V_d - V_n}{R_3} = \frac{-11.5 + 23.62}{20} = 0.606A;$$

$$I_3 = I_{31} + J_{S3} = 0.606 + 0.5 = 1.106A; I_4 = \frac{V_b - V_d}{R_4} = \frac{-10 + 11.5}{10} = 0.15A;$$

$$I_5 = \frac{V_a - V_b}{R_5} = \frac{-3.62 + 10}{5} = 1.276A; I_6 = \frac{V_c - V_d}{R_6} = \frac{-1.92 + 11.5}{10} = 0.958A.$$

У балансі потужностей для джерел енергії враховуємо потужність, що генерується зі знаком плюс (струм і напруга на джерелі не збігаються за напрямком), і використану потужність джерелом зі знаком мінус (струм і напруга в цьому випадку збігаються на джерелі у напрямку).

Сумарна потужність джерел:

$$\sum_{i=1}^4 P_i^S = E_2 I_2 + E_3 I_3 - I_{S3} R_3 I_{31} - I_{S2} R_2 I_{21} =$$

$$= 10 \cdot 1.192 + 20 \cdot 1.106 - 0.5 \cdot 20 \cdot 0.606 - 1 \cdot 15 \cdot 0.128 = 26.06W.$$

Сумарна потужність навантажень:

$$\sum_{j=1}^6 P_j^L = I_1^2 R_1 + I_{21}^2 R_2 + I_{31}^2 R_3 + I_4^2 R_4 + I_5^2 R_5 + I_6^2 R_6 =$$

$$= 10 \cdot (-0.17)^2 + 15 \cdot 0.128^2 + 20 \cdot 0.606^2 + 10 \cdot 0.15^2 +$$

$$+ 5 \cdot 1.276^2 + 10 \cdot 0.958^2 = 25.423W.$$

Похибка обчислення:

$$\eta = \frac{P_S - P_L}{P_S} 100\% = \frac{26.06 + 25.423}{26.06} 100\% = 2.44\%.$$

Що цілком допустимо для інженерних розрахунків, виконаних вручну.

### 1.5. Застосування методу контурних струмів для розрахунку параметрів кіл постійного струму. Перетворення джерел енергії

Метод ґрунтується на тому, що контурні струми не залежать від струмів, що протікають в інших контурах. На цій основі розрахунок проводиться наступній послідовності.

1. Визначають кількість незалежних контурів у схемі. Гілка з джерелами струму повинна входити тільки в один контур. Тоді контурний струм цього контуру відомий і дорівнює току джерела струму.

2. Довільно обирають додатні напрямки контурних струмів в кожному контурі і відзначають їх на схемі ( $I_{11}$ -контурний струм першого контуру,  $I_{22}$ - другого і т.д.).
3. Записують систему рівнянь в такій формі:

$$\begin{aligned} R_{11}I_{11} + R_{12}I_{22} + \dots + R_{1k}I_{kk} + \sum_1 R_n I_n &= E_{11}, \\ R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} + \dots + R_{2k}I_{kk} + \sum_2 R_n I_n &= E_{22}, \\ \dots\dots\dots \\ R_{k1}I_{11} + R_{k2}I_{22} + \dots + R_{kk}I_{kk} + \sum_k R_n I_n &= E_{kk}. \end{aligned}$$

Кількість доданків в лівій частині рівнянь дорівнює кількості контурних струмів без джерела струму.

4. Визначають коефіцієнти при невідомих струмах і праві частини рівнянь. Так  $R_{11}, R_{22}, \dots, R_{kk}$  дорівнюють сумі опорів елементів, які входять в перший, другий і т.д. контури;  $R_{12} = R_{21}, \dots, R_{1k} = R_{k1}$  - сума опорів елементів в суміжних вітках (між першим та другим контурами, першим і  $k$ -м контуром і т.д.). Ці коефіцієнти маю знак "плюс" або "мінус".

Якщо контурні струми двох суміжних контурів збігаються за напрямком в суміжних вітках,  $R_{12}, \dots, R_{1k}$  і так далі беруться з знаком "плюс", якщо ні, то знак "мінус". Аналогічно у напрямку джерел енергії  $J_{11}R_{11}, E_{11}, E_{22}, \dots, E_{kk}$  алгебраїчні суми першого, другого,  $k$ -th контурів, тобто  $E_{11} = \sum E_i$ , де  $E_i$  - ЕРС джерел першого контуру,  $E_{22} = \sum E_j$ , де  $E_j$  - ЕРС джерел другого контур і т.д. Знак  $E_i, E_j$  визначається відповідно до позитивного напрямку контурного струму. Якщо напрямки контурного струму і ЕРС збігаються, то ЕРС приймається в розрахунках зі знаком "плюс", якщо напрямки протилежні, то зі знаком "мінус".

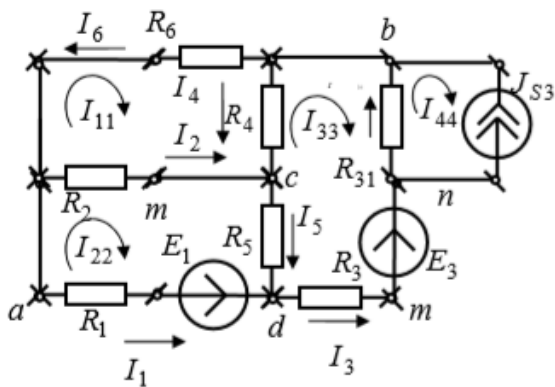


Рис.1.4

5. Розв'язують систему рівнянь відповідно до невідомих параметрів (наприклад струми  $I_{11}, I_{22}$  і т.д.).
6. Відзначають на схемі позитивні напрямки струмів в гілках і визначають струми в суміжних вітках як алгебраїчну суму контурних струмів, що протікають в цих гілках.

Розрахунковий приклад 3: Визначте струми в гілках електричного кола. Рис1.4, якщо  $J_{S3}=0.5 \text{ A}; E_1 = 10\text{V}; E_3 = 20\text{V};$

$$\begin{aligned} R_1 &= 10\Omega; R_2 = 15\Omega; R_3 = 20\Omega; \\ R_{31} &= 5\Omega; R_6 = 10\Omega; R_4 = 10\Omega; R_5 = 5\Omega. \end{aligned}$$

Розв'язок розрахункового прикладу 3:

Ця схема має чотири незалежних контури (осередки), кожен з яких обтікається єдиним власним незалежним контурним струмом  $I_{11}, I_{22}, I_{33}, I_{44}$ .

Обираємо додатні напрямки контурних струмів та вказуємо їх на схемі. Контурний струм  $I_{44}$  відомий і дорівнює  $J_{S3}$  ( $I_{44} = -J_{S3}$ ). Тоді можна записати рівняння для першого, другого і третього контурів в загальному вигляді:

$$R_{11}I_{11} - R_{12}I_{22} - R_{13}I_{33} - R_{14}I_{44} = E_{11} \quad (1)$$

$$-R_{21}I_{11} + R_{22}I_{22} - R_{23}I_{33} - R_{24}I_{44} = E_{22} \quad (2)$$

$$-R_{31}I_{11} - R_{32}I_{22} + R_{33}I_{33} - R_{34}I_{44} = E_{32} \quad (3)$$

Визначаємо коефіцієнти при невідомих доданків рівнянь:

$$R_{11} = R_2 + R_4 + R_6 = 15 + 10 + 10 = 35 \Omega$$

$$R_{12} = R_{21} = R_2 = 15 \Omega$$

$$R_{22} = R_1 + R_2 + R_5 = 10 + 15 + 5 = 30 \Omega$$

$$R_{13} = R_{31} = R_4 = 20 \Omega$$

$$R_{23} = R_{32} = R_5 = 5 \Omega$$

$$R_{14} = R_{41} = 0 \Omega$$

$$R_{24} = R_{42} = 0 \Omega$$

$$R_{34} = R_{43} = R_{31} = 5 \Omega$$

$$R_{33} = R_3 + R_4 + R_5 + R_{31} = 20 + 10 + 5 + 5 = 40 \Omega$$

Падіння напруги на суміжних опорах  $R_{12}, R_{23}, R_{13}, R_{34}$  мають знак "плюс" тому що напрям струмів в гілках з резисторами  $R_{31}, R_2, R_4$  та  $R_5$  збігається з вибраним напрямком обходу контуру; падіння напруги на  $R_{23}$  має знак "мінус" ( $-R_4$ ) так як струми  $I_{22}$  і  $I_{44} = J$  в резисторі  $R_4$  спрямовані в протилежні сторони щодо обраного напрямку обходу.

Визначаємо контурні ЕРС:

$$E_{11} = 0 \text{ В}$$

$$E_{22} = -E_1 = -10 \text{ В}$$

$$E_{33} = -E_3 = -20 \text{ В}$$

Після цього переписуємо рівняння (1), (2) і (3) в яких коефіцієнти замінюємо числовими значеннями:

$$\begin{aligned} 35I_{11} - 15I_{22} - 20I_{33} - 0I_{44} &= 0 \\ -15I_{11} + 30I_{22} - 5I_{33} - 0I_{44} &= -10 \\ -20I_{11} - 5I_{22} + 40I_{33} + 5 \cdot 0.5 &= -20 \end{aligned}$$

Розв'язавши отриману систему рівнянь, знаходимо значення контурних (пористих) струмів:

$$I_{11} = -0.541 \text{ А}$$

$$I_{22} = -0.735 \text{ А}$$

$$I_{33} = -0.79 \text{ А}$$

$$I_{44} = -0.5 \text{ А}$$

І нарешті, визначаємо струми гілок. Спочатку вказуємо додатні напрямки струмів в схемі. Знаючи додатні напрямки, отримуємо:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= -I_{22} = 0.735 \text{ A} \\
 I_2 &= -I_{11} + I_{22} = -(-0.541) + (-0.735) = -0.194 \text{ A} \\
 I_3 &= -I_{33} = -(-0.79) = 0.79 \text{ A} \\
 I_4 &= I_{11} - I_{33} = -0.541 - (-0.79) = 0.249 \text{ A} \\
 I_5 &= I_{22} - I_{33} = -0.735 - (-0.79) = 0.055 \text{ A} \\
 I_6 &= -I_{11} = 0.541 \text{ A}.
 \end{aligned}$$

Якщо паралельно ідеальному джерелу струму включено внутрішній опір, то ідеальне джерело струму може бути перетворене в еквівалентне ідеальне джерело напруги з послідовно включеним внутрішнім опором. Зворотне перетворення також правомірно. Наприклад, перетворимо ідеальне джерело струму  $J_{S3}$  (Рис.1.4 розрахункова схема містить ідеальні джерела струму і ЕРС) в ідеальне джерело ЕРС (Рис.1.5.a розрахункова схема містить тільки ідеальні джерела ЕРС)  $E_{31} = R_{31}I_{S3} = 2.5 \text{ V}$ . Або перетворимо ідеальне джерело ЕРС (Рис. 1.4 розрахункова схема містить ідеальні джерела струму і ЕРС) в ідеальні джерела струму  $J_{S11} = E_1/R_1, J_{S31} = E_3/R_3$  (Рис.1.5.b розрахункова схема містить тільки ідеальні джерела струму). При перетворенні джерел енергії необхідно брати до уваги, що після перетворення джерела енергії може бути змінений його режим роботи - від генерування енергії можна перейти до її споживання і навпаки.

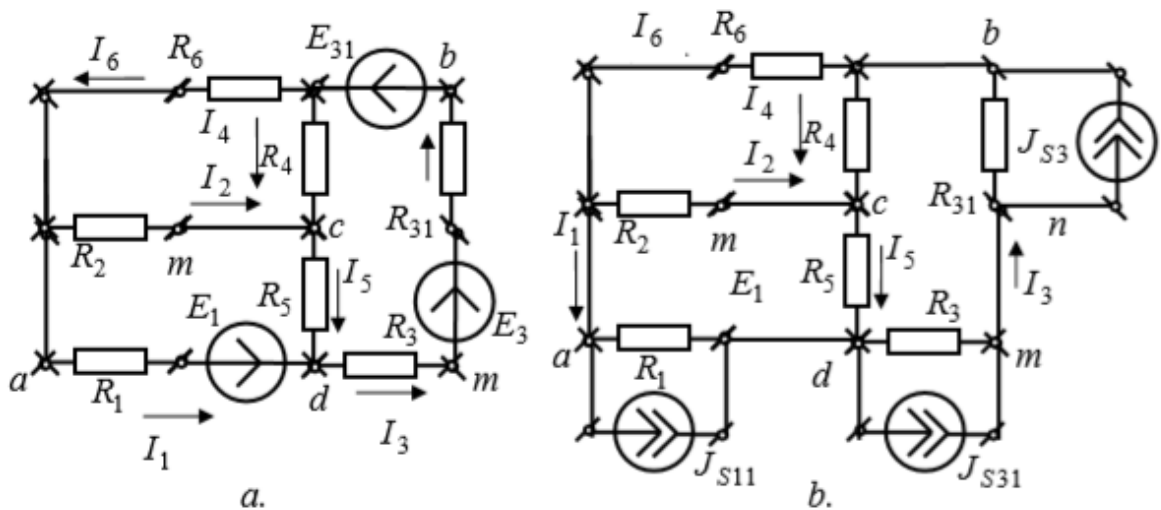


Рис.1.5



## 6. Застосування принципу суперпозиції для розрахунку параметрів кола постійного струму. Метод двох вузлів

Метод заснований на умові, що від кожного джерела енергії в електричному колі створюється частковий струм, незалежно від дії інших джерел. Дійсні струми в вітках від дії всіх джерел енергії знаходять як алгебраїчну суму часткових струмів від дії кожного джерела. Виходячи з цього положення, розрахунок виконується в наступній послідовності:

1. Видаляють у схемі всі джерела енергії, які приймаються рівними нулю, але їх внутрішні опори в схемі залишаються, крім одного джерела енергії яке в схемі зберігають.

2. Обчислюють часткові струми у вітках від дії кожного окремого джерела енергії в схемі.

3. Вказують додатні напрямки струмів у кожній вітці і визначають ці струми як алгебраїчну суму від часткових струмів.

Розрахунковий приклад 4:

Визначити струми гілок представленої на Рис.1.6.a електричної схеми, якщо  $J_{S2} = 0.5A$ ;  $E_1 = 10V$ ;  $R_1 = 10\Omega$ ;  $R_2 = 5\Omega$ ;  $R_3 = 20\Omega$ ;  $R_4 = 10\Omega$ ;  $R_5 = 5\Omega$ .

Розв'язок розрахункового прикладу 4:

На першому етапі вважаємо  $J_{S2} = 0$  і обчислюємо часткові струми гілок від дії  $E_1 = 10V$ . Вказуємо на схемі додатні напрямки часткових струмів  $I'_1, I'_2 = I'_{21}, I'_3$ , які з'являються від дії джерела  $E_1 = 10V$  (Рис.1.6.b). Напрямки часткових струмів безпосередньо визначаються напрямком дії джерела потужності  $E_1$ . Визначаються ці часткові струми одним з раніше розглянутих методів, наприклад в цьому випадку ми можемо використовувати метод двох вузлів, як найбільш раціональний метод. Метод двох вузлів є окремим випадком методу вузлових потенціалів.

Різниця потенціалів або напруга між вузлами схеми:

$$U_{bd} = \frac{E_1 / (R_1 + R_4)}{1 / (R_1 + R_4) + 1 / (R_3 + R_5) + 1 / R_2} = \frac{0.5}{0.05 + 0.04 + 0.2} = 1.724V;$$

Часткові струми гілок знаходимо за законом Ома:

$$I'_1 = \frac{E_1 - U_{bd}}{R_4 + R_1} = \frac{10 - 1.72}{10 + 10} = 0.414A;$$

$$I'_2 = \frac{U_{bd}}{R_2} = \frac{1.72}{5} = 0.344A;$$

$$I'_3 = \frac{U_{bd}}{R_3 + R_5} = \frac{1.72}{20 + 5} = 0.0688A;$$

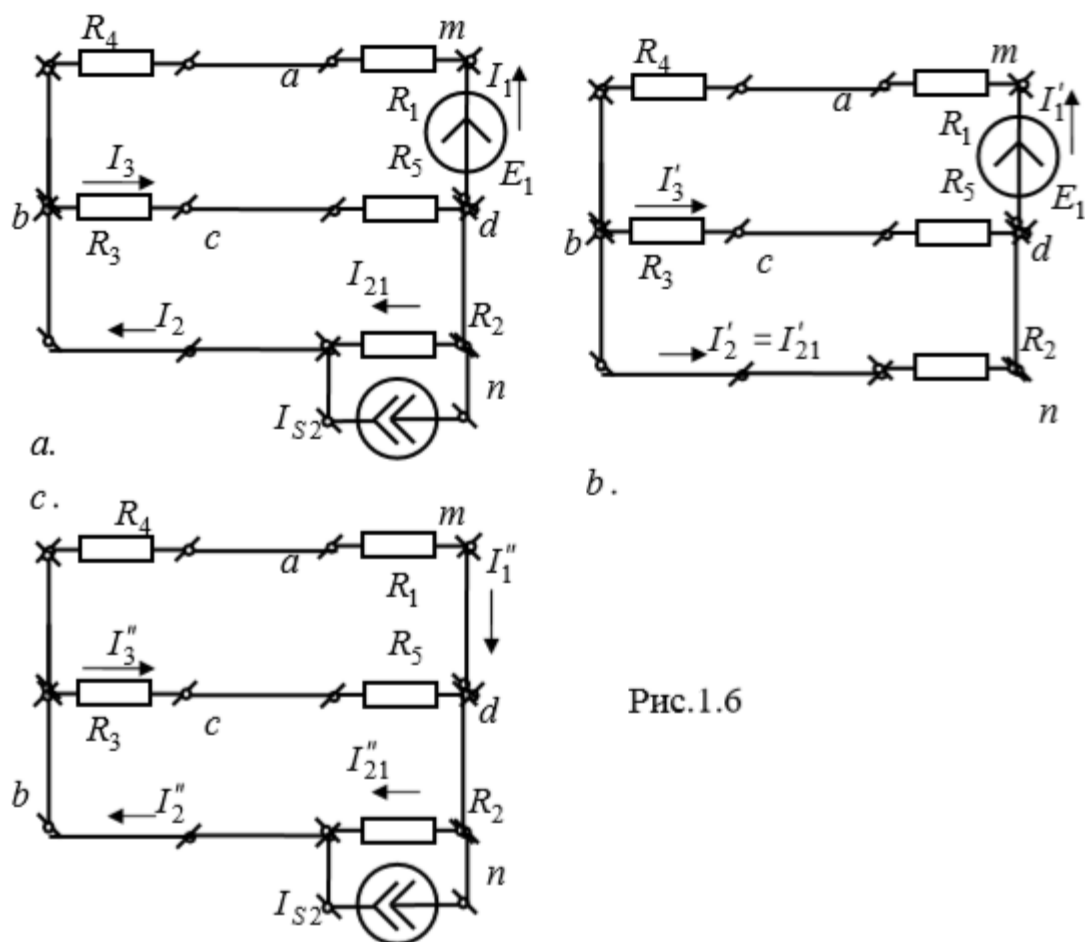


Рис.1.6

На другому етапі вважаємо  $E_1 = 0$  і розраховуємо струми тільки від дії джерела струму  $I_{S2} = 0.5A$  (Рис. 1.6.c). Розрахунок проводимо, використовуючи метод перетворення схем.

Еквівалентний опір двох паралельних гілок:

$$R_e = \frac{(R_1 + R_4) \cdot (R_3 + R_5)}{R_1 + R_4 + R_3 + R_5} = \frac{(10 + 10) \cdot (20 + 5)}{10 + 10 + 20 + 5} = 11.11 \Omega.$$

За правилом ділення струмів отримаємо:

$$I_{21}'' = -I_{S2} \frac{R_e}{R_e + R_2} = -0.5 \frac{11.11}{11.11 + 5} = -0.345A.$$

У розрахунку використано правило дільника струмів між двома паралельно включеними гілками: струм в паралельній гілці прямо пропорційний добутку вхідного струму гілок на опір протилежно включеної гілки і обернено пропорційний сумі паралельно включених гілок.

Відповідно до першого закону Кірхгофа

$$I_2'' = I_{S2} - I_{21}'' = 0.5 - 0.345 = 0.155A;$$

$$I_1'' = I_2'' \frac{R_3 + R_5}{R_3 + R_5 + R_4 + R_1} = 0.1555 \frac{20 + 5}{20 + 5 + 10 + 10} = 0.0861A;$$

$$I_3'' = I_2'' - I_1'' = 0.155 - 0.0861 = 0.0689 \text{ A.}$$

На третьому етапі знаходимо струми гілок як алгебраїчну суму від часткових струмів гілок:

$$I_1 = I_1' - I_1'' = 0.414 - 0.0861 = 0.3229 \text{ A;}$$

$$I_2 = -I_2' + I_2'' = -0.344 + 0.155 = -0.189 \text{ A;}$$

$$I_{21} = -I_{21}' + I_{21}'' = -0.344 - 0.345 = -0.689 \text{ A;}$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' = 0.0688 + 0.0689 = 0.1377 \text{ A.}$$

### 1.7. Застосування методу еквівалентного генератора для розрахунку параметрів кіл постійного струму

Метод головним чином використовується у випадках, коли необхідно визначити струм, напругу або потужність в одній гілці схеми. Тоді вся схема умовно ділиться на дві частини: досліджуваній пасивний двополюсник, підключений до активного двополюсника. У досліджуваній двополюсник включається гілка, яка представляє інтерес у вигляді пасивної двополюсної схеми. В активний двополюсник відносять всю решту схему і представляють її як активну двополюсну схему.

Метод ґрунтується на положенні, що активна двополюсна схема може бути замінена еквівалентним генератором. ЕРС еквівалентного генератора дорівнює напрузі на виході активної двополюсної схеми в режимі холостого ходу (напруга холостого ходу  $U_{oc}$ ), тоді внутрішній опір  $R_{oc}$  дорівнює еквівалентному опору (вхідний опір) активної двополюсної схем щодо вступних затискачів.

Використовуючи ці позначення, струм в досліджуваній гілці визначається відповідно до формули

$$I = \frac{U_{oc}}{R + R_{in}}$$

де  $R$  представляє внутрішній опір досліджуваної гілки.

Розрахунок методом еквівалентного генератора проводиться в такій послідовності.

1. Визначити в схемі досліджуваній пасивний двополюсник і активний двополюсник.

2. Досліджувану гілку відокремлюють від схеми. Одним із відомих методів обчислення електричних кіл визначають напругу на кінцях, до яких досліджувана гілка була підключена.

3. ЕРС і струми джерел електроенергії приймаються рівними нулю, але їх внутрішні опори враховуються в розрахунку і вхідний опір визначається по відношенню затискачів, де досліджувана гілка підключена.

4. Після того, як визначили напругу холостого ходу  $U_{oc}$  і вхідний опір активної двополюсної схеми  $R_{in}$ , визначаємо в досліджуваній гілці струм.

Розрахунковий приклад 5: Визначте струм в гілці  $b-d$  електричної схеми Рис.1.7.a, якщо

$$J_{S2}=0,5 \text{ A}; E_1=10 \text{ B}; R_1=10 \text{ Ом}; R_2=5 \text{ Ом}; R_3=20 \text{ Ом}; R_4=10 \text{ Ом}; R_5=5 \text{ Ом}; R_6=10 \text{ Ом}.$$

Розв'язок розрахункового прикладу 5: Розділяємо щодо кінців  $b-d$  всю схему на активний двополюсник і пасивний (останній це досліджувана гілка  $b-d$  із відомим опором  $R_6$ ). Від'єднуємо досліджувану гілку від клем  $b-d$  і отримуємо схему активного двополюсника.

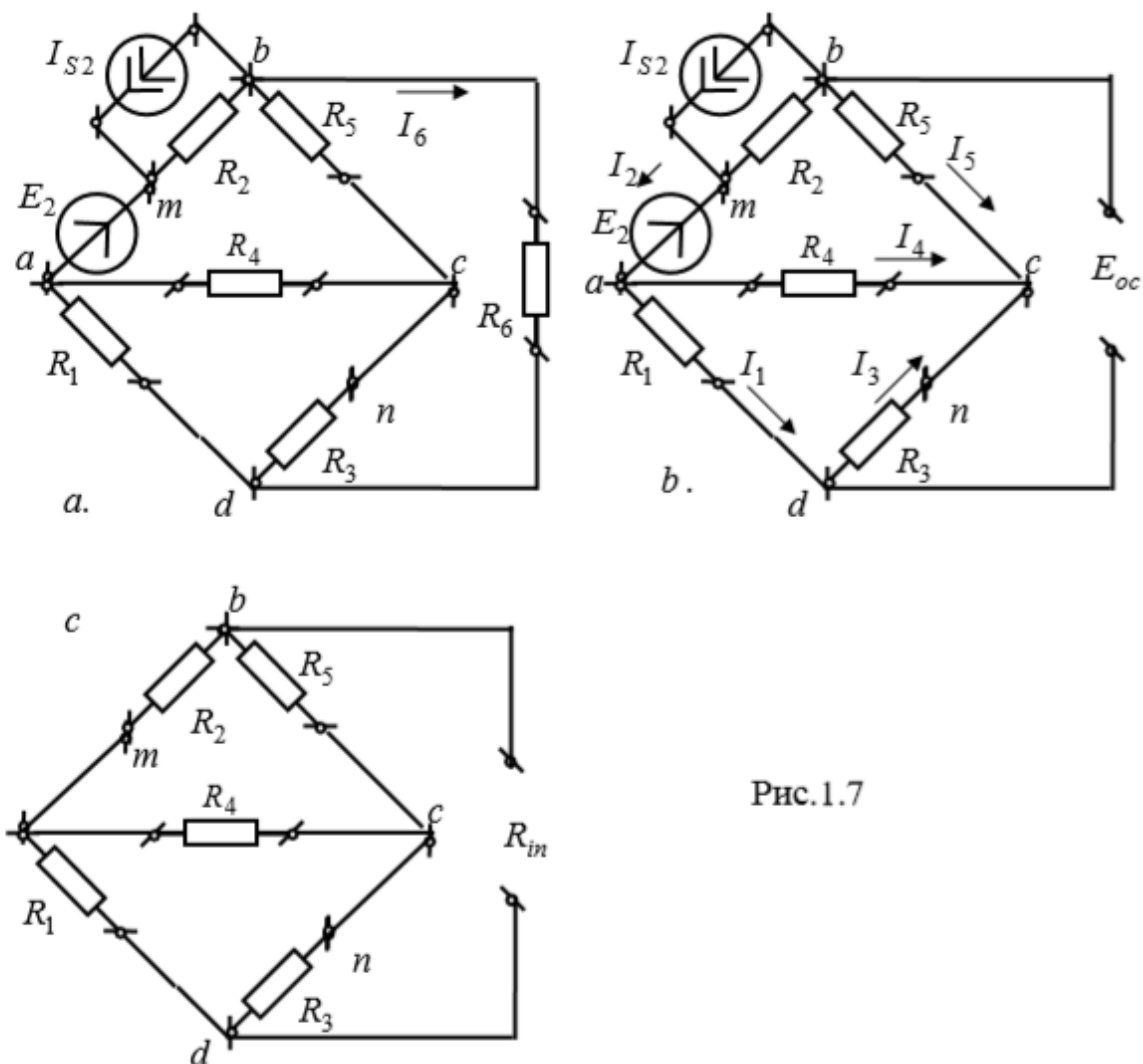


Рис.1.7

На першому етапі розрахунку знаходимо ЕРС холостого ходу  $E_{xx}$  Рис.1.7.b. Використовуючи один з відомих методів, визначаємо різницю потенціалів між точками  $b-d$ , наприклад методом перетворення. Різниця потенціалів між точками  $b-d$  буде:

$$E_{oc} = V_b - V_d = I_5 R_5 - I_3 R_3,$$

де струм холостого ходу двополюсника Рис.1.7.b знайдений як:

$$I_2 = -I_5 = \frac{I_{S2}R_2 - E_2}{R_2 + R_5 + \frac{R_4 \cdot (R_1 + R_3)}{R_4 + R_1 + R_3}} = \frac{0.5 \cdot 5 - 10}{5 + 5 + \frac{10 \cdot (10 + 20)}{10 + 10 + 20}} = -0.428A;$$

$$I_4 = I_2 \frac{R_1 + R_3}{R_1 + R_3 + R_4} = -0.428 \frac{10 + 20}{10 + 20 + 10} = -0.321A;$$

$$I_1 = I_3 = I_2 - I_4 = -0.428 + 0.321 = -0.107A;$$

Тоді:

$$E_{oc} = V_b - V_d = I_5 R_5 - I_3 R_3 = 0.428 \cdot 5 - (-0.107) \cdot 20 = 4.28V.$$

На другому етапі розрахунку знаходимо внутрішній опір  $R_{in}$  активного двополюсника Рис.1.7.c. Попередньо перетворимо трикутник опорів в еквівалентне з'єднання зіркою.

Визначаємо еквівалентні опори:

$$R_b = \frac{R_2 \cdot R_5}{R_2 + R_5 + R_4} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 5 + 10} = 1.25\Omega$$

$$R_c = \frac{R_4 \cdot R_5}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{5 \cdot 10}{5 + 5 + 10} = 1.25\Omega$$

$$R_a = \frac{R_4 \cdot R_2}{R_2 + R_4 + R_5} = \frac{10 \cdot 10}{5 + 5 + 10} = 2.5\Omega$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора:

$$R_{in} = R_b + \frac{(R_a + R_1) \cdot (R_c + R_3)}{R_a + R_1 + R_c + R_3} = 1.25 + \frac{(2.5 + 10) \cdot (1.25 + 20)}{2.5 + 10 + 1.25 + 20} = 9.12\Omega.R$$

На третьому етапі розрахунку використовуючи значення відомої ЕРС холостого ходу  $E_{oc}$  і внутрішній опір активного двохполюсника  $R_{in}$ , визначаємо  $I_6$  за законом Ома:

$$I_6 = \frac{E_{oc}}{R_{in}} = \frac{4.28}{9.12} = 0.469A.$$

## 1.8. Перше індивідуальне розрахунково-графічне завдання. Аналіз лінійних кіл постійного струму

**Задача.** Для електричної схеми, яка відповідає номеру виконуваного варіанти і представлена на Рис.1.8, необхідно виконати наступне:

1. За законами Кірхгофа скласти систему рівнянь для розрахунку струмів у всіх гілках схеми.

2. Визначити струми у всіх гілках схеми методом контурних струмів.

3. Визначити струми у всіх гілках схеми методом вузлових потенціалів.
4. Результати розрахунку струмів звести в таблицю і порівняти їх між собою.
5. Складіть баланс потужностей в вихідній схемі, обчисливши сумарну потужність джерел і сумарну потужність навантажень (опорів).
6. Визначте струм через опір  $R_{i1}$  в першій гілці  $I_{i1}$  вихідної схеми методом еквівалентного генератора.
7. Побудувати потенційну діаграму для будь-якого замкнутого контуру схеми, який включає в себе два джерела потужності.

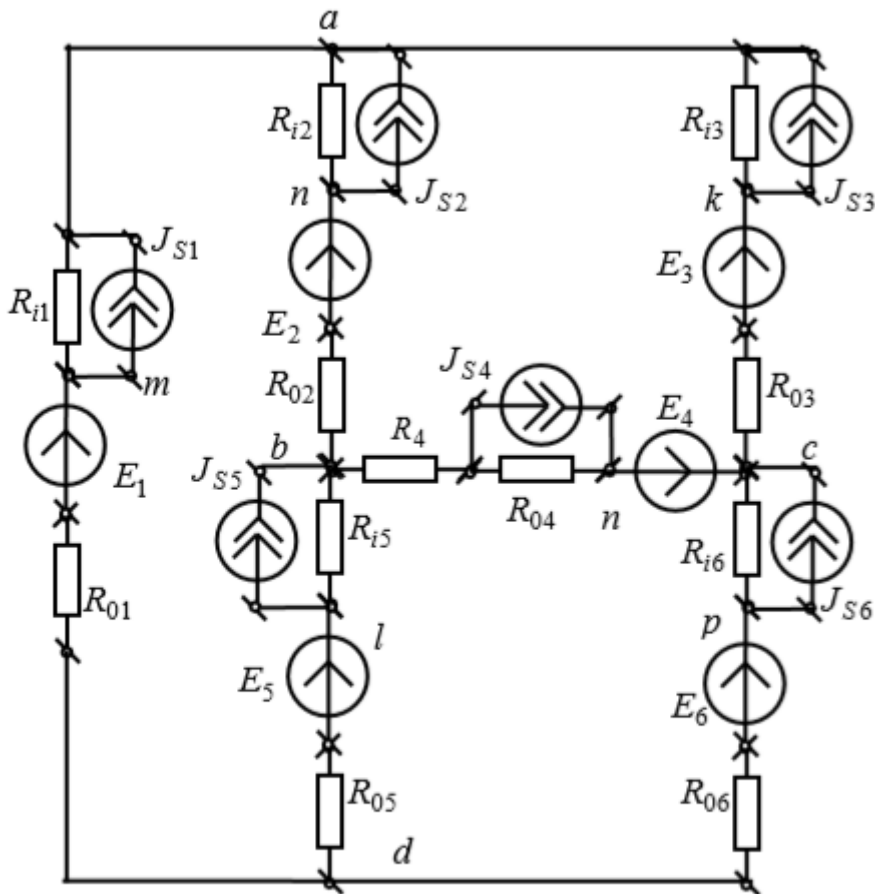


Рис. 1.8

### Вказівки:

1. Всі внутрішні опори джерел рівні 1 Ом.
2. Відгалуження до джерела струму, який відповідно до вихідними умовами дорівнює нулю, на розрахунковій схемі не показується. 3. Джерело ЕРС, який відповідно до вихідними умовами дорівнює нулю, на розрахунковій схемі не показується.
4. Вказуючи в схемі струми в гілках необхідно врахувати, що струм через опір, який паралельний до джерела струму, буде відрізнятися від струму джерела.
5. Для студентів, прізвище яких починається з літер А-Е, за нульовий потенціал прийняти потенціал вузла  $a$ ; з букв Ж-М - потенціал вузла  $b$ ; з букв Н-Т - потенціал вузла  $c$ ; з букв У-Я - потенціал вузла  $d$ .

6. У пункті 6 завдання при визначенні вхідного опору активного двополюсника слід перетворити трикутник опорів в еквівалентну зірку.

Таблица 1.1.

Вар наИТ	$R_{01}$	$R_{02}$	$R_{03}$	$R_{04}$	$R_{05}$	$R_{06}$	$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$	$J_{s1}$	$J_{s2}$	$J_{s3}$	$J_{s4}$	$J_{s5}$	$J_{s6}$
	OM	OM	OM	OM	OM	OM	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	A	A
1	2	3	4	5	6	7	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
01	13	5	9	7	10	4	0	0	0	0	10	21	0	0	0	0	0	1
02	13	5	2	8	11	15	0	0	0	0	12	16	0	0	0	0	0	2
03	4	8	6	10	13	10	0	30	0	0	0	9	0	0	0	0	0	1
04	20	80	100	35	150	40	0	100	150	0	0	0	0	0	1	0	0	0
05	10	18	5	10	8	6	0	0	0	0	20	30	0	0	0	0	0	1
06	4	13	9	10	5	6	0	0	0	0	16	8.2	0	0	0	0	0	0.2
07	130	40	60	80	110	45	12	13	0	0	0	0	0	0.3	0	0	0	0
08	6	5	8	14	7	8	20	14	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
09	55	80	100	40	70	120	0	0	0	0	25	10	0	0	0	0	0	0.05
10	110	60	45	150	80	50	0	0	0	25	8	0	0	0	0	0	0.1	-
11	7	12	4	9	15	8	0	0	0	0	20	8	0	0	0	0	0	0.5
12	30	40	22	10	14	50	0	23	9.5	0	0	0	0	0	0.25	0	0	0
13	15	12	10	9	8	7	0	0	0	13	14	0	0	0	0	0.5	0	0
14	12	35	22	6	10	15	0	20	7.6	0	0	0	0	0	0.2	0	0	0
15	4	7	10	12	20	5.5	20	0	0	0	0	10	1	0	0	0	0	0
16	4	11	5	12	7	8	25	4.5	0	0	0	0	0	0.5	0	0	0	0
17	9	20	16	40	30	22	0	0	0	30	10	0	0		0.5	0	0	0
18	5	10	12	7	8	15	0	0	0	0	15	13	0	0	0	0	0	1
19	5	7	10	4	15	20	15	0	20	0	0	0	0	0	1	0	0	0
20	8	10	6	15	21	26	0	0	0	25	0	14	0	0	0	0	0	1
21	19.5	7.5	13.5	10.5	15	6	0	9	45	0	0	0	0	0.8	0	0	0	0

Продолжение таблицы 1.1.

№ п/п	R <sub>01</sub>		R <sub>02</sub>		R <sub>03</sub>		R <sub>04</sub>		R <sub>05</sub>		R <sub>06</sub>		E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>6</sub>	J <sub>s1</sub>	J <sub>s2</sub>	J <sub>s3</sub>	J <sub>s4</sub>	J <sub>s5</sub>	J <sub>s6</sub>
	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	B	B	B	B												
1	2	3	4	5	6	7	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22						
22	19,5	7,5	3	12	16,5	22,5	0	12	30	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0
23	6	12	9	15	19,5	15	0	0	0	21	22	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0
24	30	120	150	52,5	22,5	60	0	90	37,5	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0
25	15	27	7,5	15	12	9	0	0	0	16,5	52,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
26	6	19,5	13,5	15	7,5	9	0	16,2	15	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
27	19,5	60	90	120	16,5	67,5	0	0	0	37,5	0	0,04	0	0	0	0	0	0	0,04	0	0	0	0	0
28	9	7,5	12	21	10,5	12	0	15	33	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
29	82,5	120	150	60	10,5	180	0	0	0	25,5	22,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1	0
30	16,5	90	67,5	22,5	120	7,5	21	21	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0
31	10,5	18	6	13,5	22,5	12	0	0	12	0	15	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
32	4,5	60	33	15	21	7,5	0	0	0	16,5	22,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,3	0
33	22,5	18	15	13,5	12	10,5	0	0	0	30	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0,2	0	0
34	18	52,5	33	9	15	22,5	0	9	18	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
35	6	10,5	15	18	30	8,25	0	9	30	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
36	6	16,5	7,5	18	10,5	12	25,5	15	0	0	0	2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
37	13,5	30	24	60	4,5	33	0	15	27	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	1	1	0	0	0
38	7,5	15	18	10,5	12	22,5	0	0	0	15	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
39	7,5	10,5	15	6	22,5	30	0	0	0	0	4,5	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
40	12	15	9	22,5	31,5	39	25,5	0	30	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
41	6,5	2,5	4,5	3,5	5	2	0	0	0	4	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0
42	6,5	2,5	1	4	5,5	7,5	0	5	10	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0



Продолжение таблицы 1.1.

№ п/п	R <sub>01</sub>		R <sub>02</sub>		R <sub>03</sub>		R <sub>04</sub>		R <sub>05</sub>		R <sub>06</sub>		E <sub>1</sub>	E <sub>2</sub>	E <sub>3</sub>	E <sub>4</sub>	E <sub>5</sub>	E <sub>6</sub>	J <sub>s1</sub>	J <sub>s2</sub>	J <sub>s3</sub>	J <sub>s4</sub>	J <sub>s5</sub>	J <sub>s6</sub>
	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	B	B	B	B	B	B	A	A	A	A	A	A
1	2	3	4	5	6	7	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22						
43	2	4	3	5	6,5	5	0	0	0	0	11	7,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
44	10	40	50	17,5	75	20	0	0	0	0	34	125	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,4	0
45	5	9	2,5	5	4	3	0	0	0	0	8,2	17,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,2	0
46	2	6,5	4,5	5	2,5	3	0	6,7	5	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
47	65	20	30	40	55	22,5	4,7	12,5	0	0	0	0	0,02	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
48	3	2,5	4	7	3,5	4	0	7,5	11	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
49	27,5	40	50	20	53	0	0	0	0	60	0	6,5	0	0	0	0	0,15	0						0
50	55	30	22,5	75	40	0	0	0	0	25	8,1	7	0	0	0	0,08	0	0						0
51	3,5	6	2	4,5	7,5	0	0	0	0	4	0	7	0	0	0	0	0,5	0						0
52	15	20	11	5	7	25	0	7,5	7,5	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0						0
53	7,5	6	5	4,5	4	3,5	3,5	10	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0						0
54	6	17,5	11	3	5	7,5	0	6,5	6	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0						0
55	2	3,5	5	6	10	2,75	0	0	0	0	6,5	10	0	0	0	0	1	0						0
56	2	5,5	2,5	6	6,5	4	0	0	0	10,5	5	0	0	0	0	1	0	0						0
57	4,5	10	8	20	15	11	0	0	0	0	1	9	0	0	0	0	0,5	0						0
58	2,5	5	6	3,5	4	7,5	0	6	12,5	0	0	0	0	0,3	0	0	0	0						0
59	2,5	3,5	5	2	7,5	10	7	0	15	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0						0
60	4	5	3	7,5	10,5	13	10,5	0	10	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0						0
61	26	10	18	14	20	8	0	0	0	0	20	24	0	0	0	0	0	0						2
62	26	10	4	16	22	30	0	0	0	0	24	32	0	0	0	0	0	0						2
63	8	16	12	20	26	20	0	0	0	0	60	24	0	0	0	0	0	0						0,5

Продолжение таблицы 1.1.

Вариант	$R_{01}$		$R_{02}$		$R_{03}$		$R_{04}$		$R_{05}$		$R_{06}$		$E_1$	$E_2$	$E_3$	$E_4$	$E_5$	$E_6$	$J_{s1}$	$J_{s2}$	$J_{s3}$	$J_{s4}$	$J_{s5}$	$J_{s6}$
	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	Ом	В	В	В	В	В	В	А	А	А	А	А	А
1	2	3	4	5	6	7	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22						
64	40	160	200	70	300	80	0	200	200	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0	0	0	1,5	0	0	0
65	20	36	10	29	16	12	0	40	40	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0
66	8	26	18	20	10	12	0	32	11	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0
67	260	80	120	160	220	90	24	34	0	0	40	12	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0,2	0
68	12	10	16	28	14	16	0	0	0	0	50	22	0	0	0	0	0	22	0	0	0	0	0	2
69	110	160	200	80	140	240	0	0	0	0	40	12	0	0	0	0	0	12	0	0	0	0	0	0,04
70	229	120	90	300	160	100	50	22	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0	0	0	0,05	0	0	0	0
71	14	24	8	18	30	16	0	40	12	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0
72	60	80	44	20	28	100	0	46	8	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0
73	30	24	20	18	16	14	0	0	0	26	28	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,5	0
74	24	70	44	12	20	30	0	0	0	0	40	19,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0,1
75	8	124	20	24	40	11	0	0	0	0	40	10	0	0	0	0	0	10	0	0	0	0	0	1,5
76	8	22	10	24	14	16	50	16,6	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0	0	0,2	0	0	0	0
77	18	40	32	80	60	44	0	60	28	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0,25	0	0	0
78	10	20	24	14	16	30	0	30	38	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0
79	10	14	20	8	30	40	0	0	0	30	0	20	0	0	0	0	0	20	0	0	0	0	0	2
80	16	20	12	30	42	52	0	0	0	50	0	34	0	0	0	0	0	34	0	0	0	0	0	0,5
81	32,5	12,5	22,5	17,5	25	10	0	0	0	0	20	75	0	0	0	0	0	75	0	0	0	0	0,4	0
82	32,5	12,5	5	20	27,5	37,5	0	25	50	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0
83	10	20	15	25	32,5	25	0	35	37,5	0	0	0	0	2	0	0	0	0	0	2	0	0	0	0
84	50	200	250	87	375	100	0	150	625	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0	0	0,5	0	0	0	0

Продолжение таблицы 1.1.

Вариант	R <sub>01</sub>		R <sub>02</sub>		R <sub>03</sub>		R <sub>04</sub>		R <sub>05</sub>		R <sub>06</sub>		E <sub>1</sub>		E <sub>2</sub>		E <sub>3</sub>		E <sub>4</sub>		E <sub>5</sub>		E <sub>6</sub>		J <sub>s1</sub>		J <sub>s2</sub>		J <sub>s3</sub>		J <sub>s4</sub>		J <sub>s5</sub>		J <sub>s6</sub>		
	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM	OM
85	25	45	12,5	25	20	15	0	32	87,5	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
86	10	32,5	22,5	25	12,5	15	0	27	25	0	0	0	0	0	0,4	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
87	325	100	150	200	275	112	17	62,5	0	0	0	0	0	0,04	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
88	15	12,5	20	35	17,5	20	0	0	0	0	25	55	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
89	137	200	250	100	175	300	0	0	0	0	34,5	37,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
90	275	150	112	375	200	225	0	0	0	24	35	0	0	0	0	0	0	0,14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
91	17,5	30	10	22,5	37,5	20	0	26	25	0	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
92	75	100	55	25	35	125	0	32,5	37,5	0	0	0	0	0,25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
93	37,5	30	25	22,5	20	17,5	25	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
94	30	87,5	55	15	25	37,5	0	0	0	0	15	30	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
95	10	17,5	25	30	50	13,5	0	0	0	0	15	50	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
96	10	27,5	12,5	30	17,5	20	0	0	0	32,5	25	0	0	0	0	0	0	3	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
97	22,5	50	40	100	75	55	0	35	45	0	0	0	0	0,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
98	12,5	25	30	17,5	20	37,5	0	35	62,5	0	0	0	0	0,1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
99	12,5	17,5	25	10	37,5	50	30	0	75	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
00	20	25	15	37,5	52,5	65	0	0	0	50,5	0	50	0	0	0	0	0	0,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	
01	13	5	9	7	10	4	0	0	0	0	10	21	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	
02	13	5	2	8	11	15	0	0	0	0	12	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	2	

## 1.9. Приклад розрахунку першого індивідуального расчетнографіческого завдання. Лінійні кола постійного струму

**Задача.** Для електричної схеми, показаної на рис.1.9, виконати наступне:

1. Скласти систему рівнянь для розрахунку струмів у всіх гілках схеми за законами Кірхгофа.

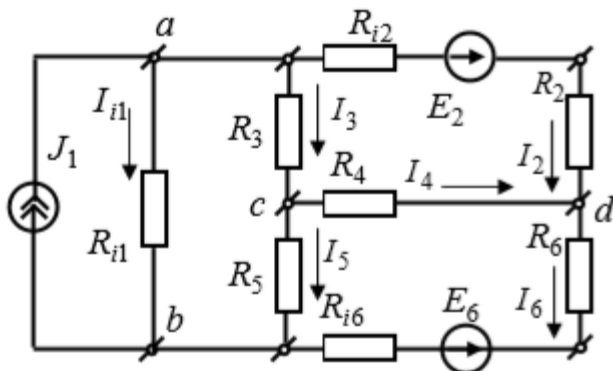


Рис. 1.9

$R_1=13 \text{ Ом}; R_2=5 \text{ Ом}; R_3=9 \text{ Ом}; R_4=7 \text{ Ом}; R_5=10 \text{ Ом}; R_6=4 \text{ Ом};$   
 $R_{J1}=1 \text{ Ом}; R_{E2}=1 \text{ Ом}; R_{E6}=1 \text{ Ом};$   
 $E_1=0 \text{ В}; E_2=19 \text{ В}; E_6=20 \text{ В}; J_1=1 \text{ А}.$

Відповідно до першого закону: *струм, що входить в будь-яку точку з'єднання кола дорівнює струму, що виходить з цього з'єднання (закон струмів Кірхгофа):*

для вузла  $a$ :  $J_1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0$

для вузла  $c$ :  $I_3 - I_4 - I_5 = 0$

для вузла  $d$ :  $I_2 + I_4 - I_6 = 0$

Згідно з другим законом: *сума падінь напруг в замкнутому контурі дорівнює сумі ЕРС джерел цього контуру (закон напруг Кірхгофа).*

для контура  $R_{i1} - R_3 - R_5$ :  $-R_{i1}I_{i1} + R_3I_3 + R_5I_5 = 0$ ;

для контура  $R_{i2} - R_2 - R_3$ :  $I_2(R_{E2} + R_2) - I_3R_3 - I_4R_4 = E_2$ ;

для контура  $R_{i6} - R_6 - R_5 - R_4$ :  $-I_6(R_{E6} + R_6) + I_4R_4 - I_5R_5 = -E_6$ .

Запишемо систему рівнянь за законами Кірхгофа, що містить шість невідомих струмів:

$$\begin{cases} J_1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0; \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_6 = 0; \\ -R_{i1}I_{i1} + R_3I_3 + R_5I_5 = 0; \\ I_2(R_{E2} + R_2) - R_3I_3 - R_4I_4 = E_2; \\ -I_6(R_{E6} + R_6) + R_4I_4 - R_5I_5 = -E_6 \end{cases}$$

Після підстановки числових значень отримуємо:

$$\begin{cases} 1 - I_{i1} - I_2 - I_3 = 0; \\ I_3 - I_4 - I_5 = 0; \\ I_2 + I_4 - I_6 = 0; \\ -1 \cdot I_{i1} + 9 \cdot I_3 + 10 \cdot I_5 = 0; \\ I_2(1 + 5) - 9 \cdot I_3 - 7 \cdot I_4 = 19; \\ -I_6(1 + 4) + 7 \cdot I_4 - 10 \cdot I_5 = -20 \end{cases}$$

Розв'язавши систему рівнянь, отримуємо:

$$I_{i1} = 1.044 \text{ A}; I_2 = 0.615 \text{ A}; I_3 = -0.654 \text{ A}; I_4 = -1.35 \text{ A}; I_5 = 0.692 \text{ A}; I_6 = -0.731 \text{ A}.$$

2. Визначення струмів у всіх гілках схеми методом контурних струмів.

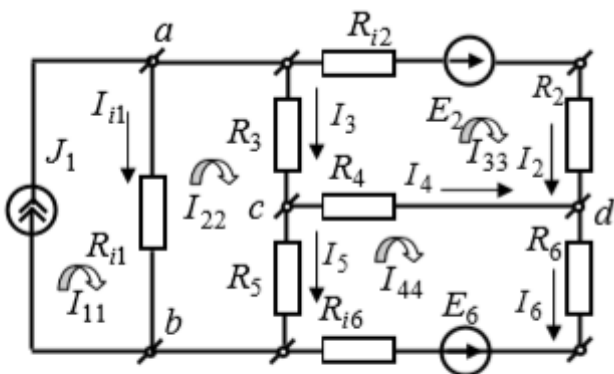


Рис. 1.10

Застосування основних принципів цього методу ми продемонструємо на схемі рис.1.10, яка містить джерело струму. У цій схемі міститися чотири незалежних контури (комірки). У кожену комірку вводимо контурний струм:  $I_{11}, I_{22}, I_{33}$  та  $I_{44}$ . Всі контурні струми направляємо "за годинниковою стрілкою". Для кожного контуру складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому, слід

вказати, що загальні елементи суміжних гілок (гілки з опорами  $R_{i1}, R_3, R_4$  та  $R_5$ ) обтікаються різницею струмів, відповідно  $I_{11} - I_{22}, I_{22} - I_{33}, I_{33} - I_{44}$  та  $I_{22} - I_{44}$ . У цій схемі немає суміжних опорів між 1-3 і 1-4 контурами  $R_{13} = R_{31} = 0, R_{14} = R_{41} = 0$ . Додатній напрямок обходу контурів вибрано також "за годинниковою стрілкою". Для першого контуру  $(J_1 - R_{i1}): I_{11}(R_{i1} + \infty) + (I_{11} - I_{22})R_{i1} = J_1 \infty$ . Щоб позбутися (нескінченності) невизначеності, знаходять  $I_{11} = J_1$ .

Для другого контуру:  $(R_{i1} - R_3 - R_5):$

$$-(I_{11} - I_{22})R_{i1} + (I_{22} - I_{33})R_3 + (I_{22} - I_{44})R_5 = 0.$$

Для третього контуру:  $(R_{i2} - R_2 - R_3): -(I_{22} - I_{33})R_3 + (I_{33} - I_{44})R_4 + E_2$ .

Для четвертого контуру:  $(R_{i6} - R_6 - R_5 - R_4):$

$$-(I_{22} - I_{44})R_5 - (I_{33} - I_{44})R_4 + I_4(R_{i6} + R_6) = -E_6.$$

Перетворимо ці рівняння в наступний вигляд:

$$I_{11} = J_1;$$

$$-I_{11}R_{i1} + I_{22}(R_{i1} + R_3 + R_5) - I_{33}R_3 - I_{44}R_5 = 0;$$

$$-I_{22}R_3 + I_{33}(R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4) - I_{44}R_4 = E_2;$$

$$-I_{22}R_5 - I_{33}R_4 + I_{44}(R_{i6} + R_6 + R_4 + R_5) = -E_6.$$

Вводимо наступні позначення:

$R_{i1} + R_3 + R_5 = R_{22}$  – сума опорів всередині другого контуру ( власний опір );

$R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4 = R_{33}$  – сума опорів третього контуру;

$R_{i6} + R_4 + R_5 + R_6 = R_{44}$  – сума опорів четвертого контуру;

$R_{12} = R_{21} = -R_{i1}$  – опір в загальних гілках двох суміжних контурів, відповідно до перших і других контурів;

$R_{24} = R_{42} = -R_5$  – опір в загальній гілці другого і четвертого контурів;

$R_{34} = R_{32} = -R_3$  – опір в загальній гілці третього і четвертого контурів;

$R_{23} = R_{32} = -R_3$  – опір в загальній гілці другого і третього контурів.

Якщо два контури не мають загальної гілки, то відповідний опір приймається рівним нулю. Таким чином, в нашому випадку (Рис.1.24) перший і третій контури не мали загальної гілки. Тому, опір  $R_{13} = R_{31} = 0, R_{14} = R_{41} = 0$ .

ЕРС  $E_{11}$  це контурна ЕРС, яка дорівнює алгебраїчній сумі ЕРС в першому контурі. У цю суму включається ЕРС зі знаком плюс, чий напрямок збігається з напрямком обходу контуру. Аналогічно визначаємо:  $E_{22}$  - контурна ЕРС другого контуру;  $E_{33}$  - контурна ЕРС третього контуру;  $E_{44}$  - контурна ЕРС четвертого контуру.

Беручи до уваги знаки, переписуємо систему рівнянь (1.2) наступним чином:

$$I_{11}R_{11} + I_{22}R_{12} + I_{33}R_{13} + I_{44}R_{14} = E_{11};$$

$$I_{11}R_{21} + I_{22}R_{22} + I_{33}R_{23} + I_{44}R_{24} = E_{22};$$

$$I_{11}R_{31} + I_{22}R_{32} + I_{33}R_{33} + I_{44}R_{34} = E_{33};$$

$$I_{11}R_{41} + I_{22}R_{42} + I_{33}R_{43} + I_{44}R_{44} = E_{44}.$$

Враховуючи в цій системі, що струм  $I_{11} = J_1$ , та суміжні опори контурів  $R_{13} = R_{31} = 0, R_{14} = R_{41} = 0$  отримуємо:

$$\begin{cases} I_{11} = 1; \\ -I_{11} \cdot 1 + I_{22}(1 + 9 + 10) - I_{33} \cdot 9 - I_{44} \cdot 10 = 0; \\ -I_{22} \cdot 9 + I_{33}(1 + 5 + 9 + 7) - I_{44} \cdot 7 = 19; \\ -I_{22} \cdot 10 - I_{33} \cdot 7 + I_{44}(1 + 4 + 7 + 10) = -20. \end{cases}$$

Невідомі контурні струми знаходяться від розв'язку останніх рівнянь  $I_{11} = 1 \text{ A}; I_{22} = -0.0385 \text{ A}; I_{33} = 0.615 \text{ A}; I_{44} = -0.731 \text{ A}$  і після чого обчислюють струми в гілках через невідомі контурні струми (Рис.1.9):

$$I_{i1} = J_1 - I_{22} = 1 + 0.0385 = 1.0385 \text{ A};$$

$$I_2 = I_{33} = 0.615 \text{ A};$$

$$I_3 = I_{22} - I_{33} = -0.0385 - 0.615 = -0.6535 \text{ A};$$

$$I_4 = I_{44} - I_{33} = -0.731 - 0.615 = -1.346 \text{ A};$$

$$I_5 = I_{22} - I_{44} = -0.0385 + 0.731 = 0.6925 \text{ A};$$

$$I_6 = I_{44} = -0.731 \text{ A}.$$

3. Визначення струмів гілок схеми методом вузлових потенціалів

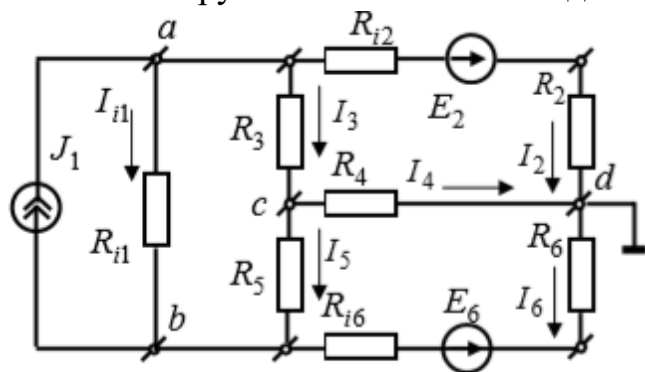


Рис. 1.11

Вузол  $d$  електрично заземляємо, а для інших  $a, b, c$  вузлів схеми складаємо систему з трьох рівнянь.

Для вузла  $a$  розрахункове рівняння записуємо в такій формі:

$$V_a(G_{i1} + G_{i2} + G_3) - V_b G_{i1} - V_c G_3 = J_1 - E_2 G_2$$

або

$$V_a G_{aa} - V_b G_{ab} - V_c G_{ac} = \sum_a EG,$$

де введено наступне позначення:

$J_1 - E_2 G_2 = I_{aa} = \sum_a EG$  – вузловий струм вузла  $a$ , який визначений як алгебраїчна сума добутків ЕРС на свою провідність гілки і додано джерело струму;

$G_{i1} + G_{i2} + G_3 = G_{aa}$  – сума провідностей гілок, які під'єднані до вузла  $a$ ;

$G_{i1} = G_{ab}$  – сума провідності гілок, які з'єднані між  $a$  і  $b$  вузлами;

$G_3 = G_{ac}$  – сума провідності гілок, які з'єднані між  $a$  і  $c$  вузлами.

Аналогічно запишемо рівняння для вузлів  $b$  і  $c$ :

$$-V_{ba} G_{aa} + V_b G_{bb} - V_c G_{bc} = \sum_b EG;$$

$$-V_a G_{aa} - V_b G_{cb} - V_c G_{cc} = \sum_c EG.$$

Спільним розв'язком рівнянь визначаємо значення потенціалів вузлів  $V_a, V_b, V_c$  (потенціал  $V_d = 0$ ), після чого ми можемо обчислити струми в гілках.

Необхідно відзначити, що коли ми знаходимо алгебраїчну суму вузлових струмів, то якщо ЕРС спрямована вузлу, то береться позитивний знак і якщо спрямована від вузла, то береться від'ємний знак. Якщо гілка не має джерела ЕРС, відповідне доданок дорівнюватиме нулю. Підставляємо числові значення в рівняння:

$$V_a \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{1+5} + \frac{1}{9} \right) - V_b \frac{1}{1} - V_c \frac{1}{9} = 1 - \frac{19}{1+5};$$

$$-V_a \frac{1}{1} + V_b \left( \frac{1}{1} + \frac{1}{10} + \frac{1}{1+4} \right) - V_c \frac{1}{10} = -1 - \frac{20}{1+4};$$

$$-V_a \frac{1}{9} - V_b \frac{1}{10} + V_c \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{7} + \frac{1}{10} \right) = 0.$$

З чисельного розв'язку останньої системи рівнянь, знаходимо потенціали вузлів  $a, b, c$ :

$$V_a = -15.3V; V_b = -16.3V; V_c = -9.42V; V_d = 0V.$$

Після обчислення вузлових потенціалів можемо знайти струми в гілках схеми за законом Ома:

$$I_{11} = (V_a - V_b)G_{11} = \frac{-15.3 + 16.3}{1} = 1.0A;$$

$$I_2 = (V_a + E_2)G_2 = \frac{-15.3 + 19}{1+5} = 0.616A;$$

$$I_3 = (V_a - V_c)G_3 = \frac{-15.3 + 9.42}{9} = -0.6533A; I_4 = V_c G_4 = \frac{-9.42}{7} = -1.345A;$$

$$I_5 = (V_c - V_b)G_5 = \frac{-9.42 + 16.3}{10} = 0.688A;$$

$$I_6 = (-V_b - E_6)G_6 = \frac{16.3 - 20}{1+4} = -0.74A.$$

4. Результати розрахунку струмів звести в таблицю і порівняти між собою:

Метод расчета	$I_{11}, A$	$I_2, A$	$I_3, A$	$I_4, A$	$I_5, A$	$I_6, A$
Законы Кирхгофа	1.04	0.615	-0.654	-1.35	0.692	-0.731
Контурные токи	1.0385	0.615	-0.6535	-1.346	0.6925	-0.371
Узловые потенциалы	1.0	0.616	-0.6533	-1.345	0.688	-0.74



5. Складання балансу потужностей у вихідній схемі.

Потужності, що генеруються

$$P_S = J_1 \cdot I_{i1} \cdot R_{i1} + E_2 I_2 + E_6 I_6 = 1 \cdot 1.04 \cdot 1 + 19 \cdot 0.615 - 20 \cdot (-0.731) = 27.345 \text{ Вт.}$$

Потужності, що споживаються

$$P_L = I_{i1}^2 R_{i1} + (R_{i2} + R_2) \cdot I_2^2 + R_3 \cdot I_3^2 + R_4 \cdot I_4^2 + R_5 \cdot I_5^2 + (R_{i6} + R_6) \cdot I_6^2 = 1 \cdot 1.04^2 + (1+5) \cdot 0.615^2 + 9 \cdot 0.654^2 + 7 \cdot 1.35^2 + 10 \cdot 0.692^2 + (1+4) \cdot 0.731^2 = 27.418 \text{ Вт.}$$

$$\frac{P_L - P_S}{P_L} \cdot 100\% = \frac{27.418 - 27.345}{27.418} \cdot 100\% = 0.266\%.$$

Відносна похибка обчислення повинна бути менше 5%.

6. Визначення струму  $I_{i1}$  через опір  $R_{i1}$  в першій гілці вихідної схеми методом еквівалентного генератора.

Розрахунок внутрішнього опору еквівалентного генератора. На першому етапі розрахунку видаляємо всі джерела потужності зі схеми (рис.1.12, *b*), але їх внутрішні опори в схемі зберігаємо.

З метою спрощення розрахунку електричної схеми перетворимо трикутник опорів  $R_{i2} + R_2, R_3, R_4$  (рис.1.12, *b*) в зірку з'єднання опорів  $R_a, R_b, R_c$  (рис.1.12, *в*) або виконуємо зворотне перетворення зірки в трикутник.

$$R_a = \frac{(R_{i2} + R_2) \cdot R_3}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(1+5) \cdot 9}{1+5+9+7} = 2.45 \Omega;$$

$$R_b = \frac{(R_{i2} + R_2) \cdot R_4}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{(1+5) \cdot 7}{1+5+9+7} = 1.91 \Omega;$$

$$R_c = \frac{R_3 \cdot R_4}{R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4} = \frac{7 \cdot 9}{1+5+9+7} = 2.86 \Omega;$$

$$R_{in} = \frac{(R_b + R_6 + R_{i6}) \cdot (R_c + R_5)}{R_b + R_6 + R_{i6} + R_c + R_5} + R_a = \frac{(1.91 + 4 + 1) \cdot (2.86 + 10)}{1.91 + 4 + 1 + 2.86 + 10} + 2.45 = 6.94 \Omega.$$

На другому етапі розрахунку визначаємо ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора (рис.1.12, *d*).

Струм холостого ходу еквівалентного генератора знаходимо методом контурних струмів.

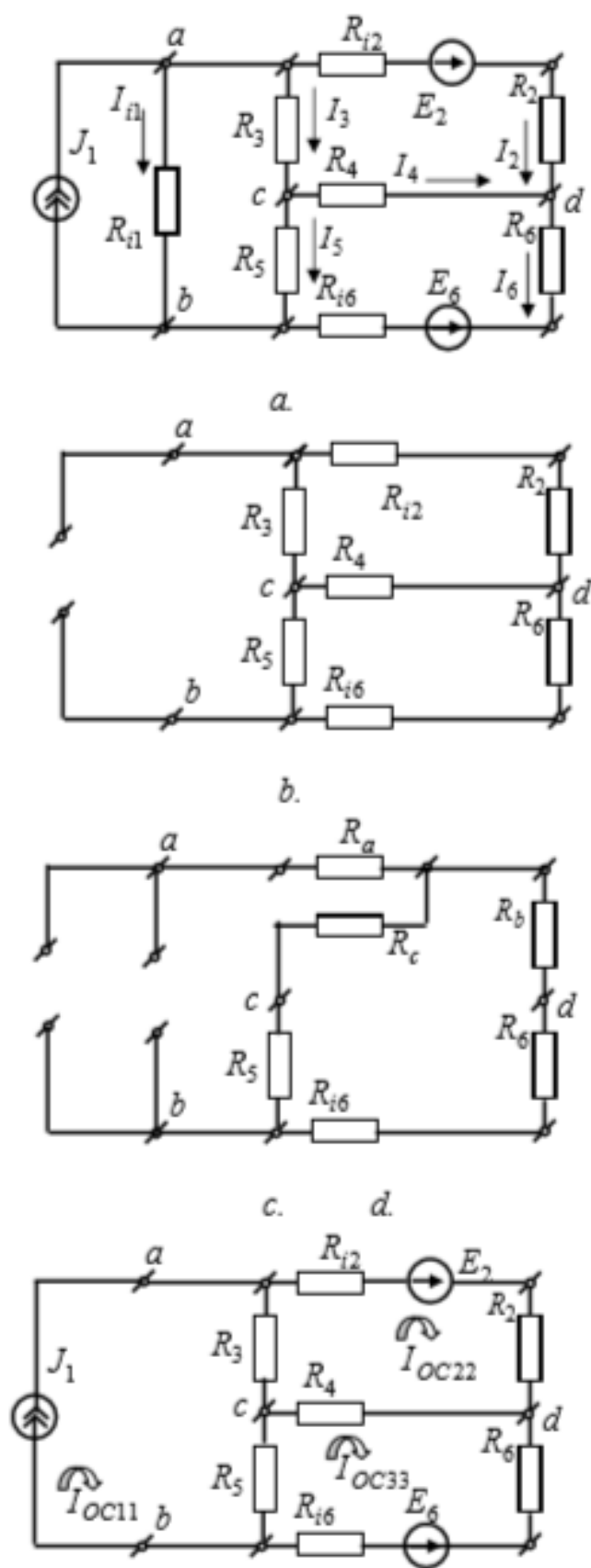


Рис. 1.12

Струм холостого ходу еквівалентного генератора

$$\begin{aligned} I_{OC11} &= J_1; \\ -I_{OC11}R_3 + I_{OC22}(R_{i2} + R_2 + R_3 + R_4) - I_{OC33}R_4 &= E_2; \\ -I_{OC11}R_5 - I_{OC22}R_4 + I_{OC33}(R_{i6} + R_6 + R_4 + R_5) &= -E_6. \end{aligned}$$

$$\begin{cases} I_{OC11} = 1; \\ -I_{OC11} \cdot 9 + I_{OC22}(1 + 5 + 9 + 7) - I_{OC33} \cdot 7 = 19; \\ -I_{OC11} \cdot 10 - I_{OC22} \cdot 7 + I_{OC33}(1 + 4 + 7 + 10) = -20. \end{cases}$$

$$I_{OC22} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 28 & -7 \\ -10 & 22 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}} = 1.255A; I_{OC33} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{\begin{vmatrix} 22 & 28 \\ -7 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 22 & -7 \\ -7 & 22 \end{vmatrix}} = -0.055A;$$

ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора

$$\begin{aligned} E_{OCab} &= V_a - V_b = (I_{OC11} - I_{OC22}) \cdot R_3 + (I_{OC11} - I_{OC33}) \cdot R_5 = \\ &= (1 - 1.255) \cdot 9 + (1 - 0.055) \cdot 10 = 8.255V; \end{aligned}$$

**Искомый ток в первой ветви**

$$I_{i1} = \frac{E_{OCab}}{R_{i1} + R_{i1}} = \frac{8.255}{6.94 + 1} = 1.039A.$$

7. Побудування потенціальної діаграми для d-c-a-d замкнутого контуру, який включає в себе дві ЕРС джерел  $E_2$  та  $E_6$ .

Розраховуємо потенціали вузлів схеми:

$$V_d = 0; V_{R6} = V_d - I_6 \cdot R_6 = V_d + 0.74 \cdot 4 = V_d + 2.96V;$$

$$V_{E6} = V_{R6} - E_6 = V_{R6} - 20V; V_b = V_{E6} - I_6 \cdot R_{i6} = V_d + 0.74 \cdot 1 = V_d + 0.74V;$$

$$V_c = V_b + I_5 \cdot R_5 = V_b + 0.688 \cdot 10 = V_b + 6.88V;$$

$$V_a = V_c + I_3 \cdot R_3 = V_c + I_3 \cdot R_3 = V_c - 0.6533 \cdot 9 = V_c - 5.879V;$$

$$V_{Ri2} = V_a - I_2 \cdot R_{i2} = V_2 - 0.616 \cdot 1 = V_a - 0.616V;$$

$$V_{E2} = V_{Ri2} + E_2 = V_{Ri2} + 19V;$$

$$V_d = V_{E2} - I_2 \cdot R_2 = V_{E2} - 0.616 \cdot 5 = V_{E2} - 3.08V.$$

За знайденими потенціалами вузлів, значенням ЕДС та опорів гілок будуюмо потенціальну діаграму рис.1.13.

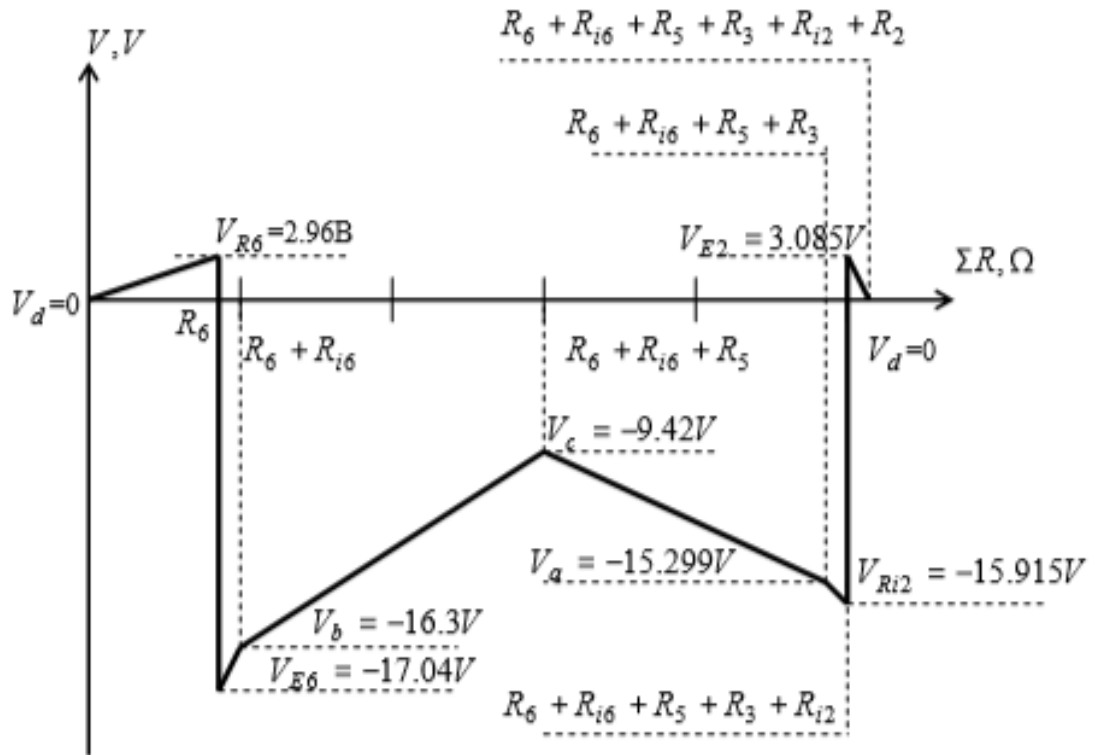
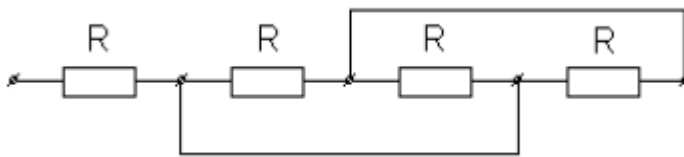


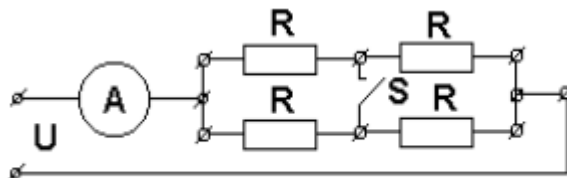
Рис.1.13

**1.10. Задачі для самоконтролю по колам постійного струму**

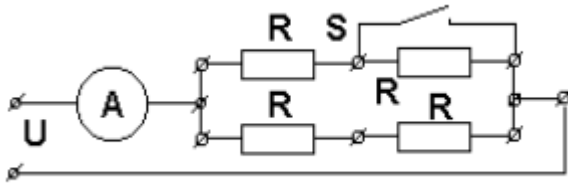
1. Обчислити еквівалентний опір кола.



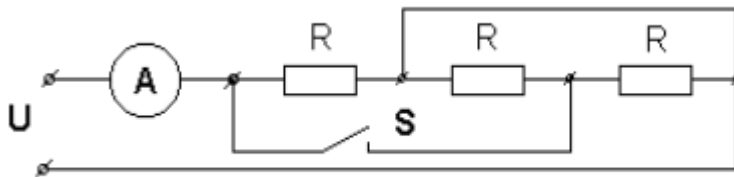
2. Як зміняться покази амперметра, якщо ключ S замкнути. Вхідна напруга U постійна.



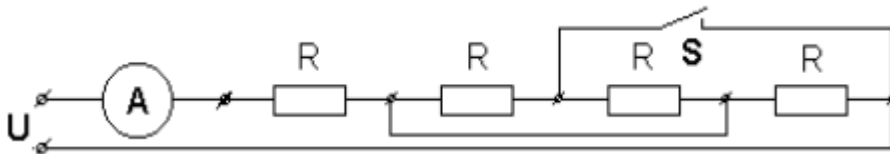
3. Яким буде показання амперметра А, якщо ключ S замкнути? До замикання ключа S покази амперметра А були 9 А і вхідна напруга постійна.



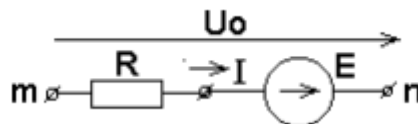
4. До замикання ключа S показання амперметра 6 А. Яким буде показання амперметра після замикання ключа S? Вхідна напруга U постійна.



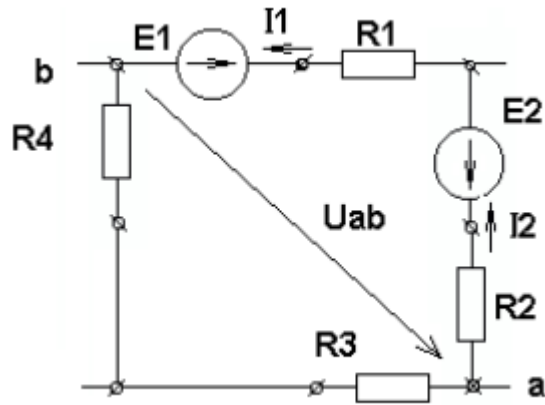
5. До замикання ключа S показання амперметра 2 А. Яким буде показання амперметра після замикання ключа S? Вхідна напруга U постійна.



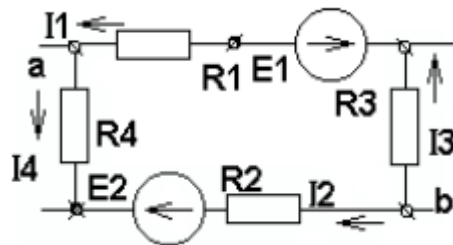
6. Дана гілка  $mn$  постійного струму. Визначте струм  $I$  в гілці  $mn$  в загальному вигляді через параметри гілки  $E, U_0, R$ .



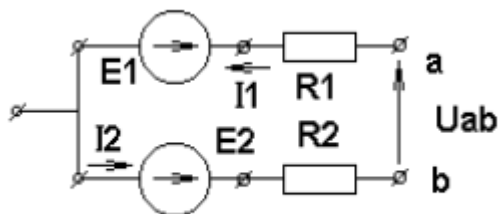
7. Дано контур кола постійного струму. Виразить напругу  $U_{ab}$  через значення  $E_1, R_1, I_1, E_2, R_2, I_2$ .



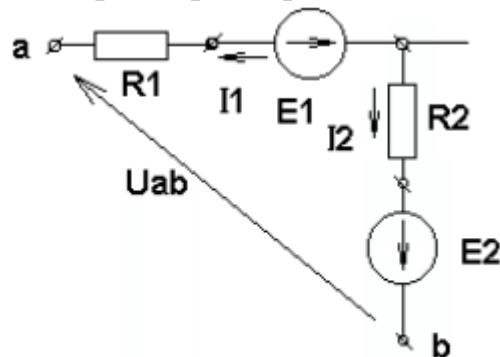
8. Дано контур кола постійного струму. Складіть рівняння за другим законом Кірхгофа



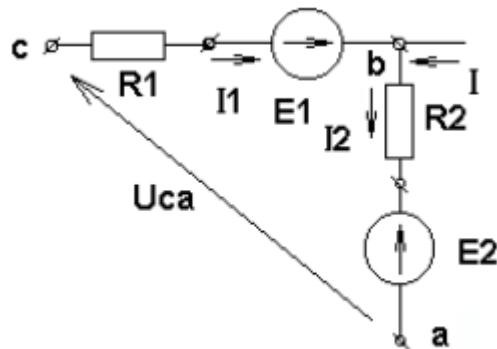
9. На малюнку показана частина кола постійного струму. Дано:  $I_1=3$  А,  $I_2=2,4$  А,  $E_1=70$  В,  $E_2=20$  В,  $R_1=8$  Ом,  $R_2=5$  Ом. Знайти напругу  $U_{ab}$ .



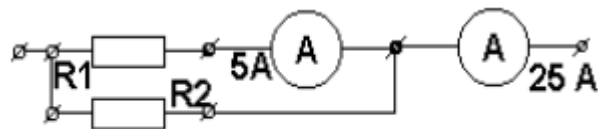
10. Запишіть напругу  $U_{ab}$  через параметри  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $E_1$ ,  $E_2$ .



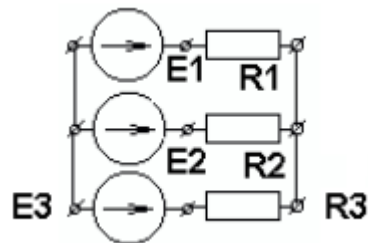
11. На малюнку наведено ділянку складного кола постійного струму. Скласти рівняння за законами Кірхгофа і знайти струми гілок якщо  $E_1=100\text{ В}$ ,  $E_2=130\text{ В}$ ,  $I=8\text{ А}$ ,  $R_1=3\text{ Ом}$ ,  $R_2=5\text{ Ом}$ ,  $U_{ca}=70\text{ В}$ .



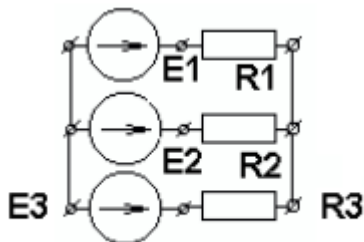
12. Знайдіть опір  $R_2$  для постійного струму, якщо  $R_1=3\text{ Ом}$ , показання амперметра показані на малюнку.



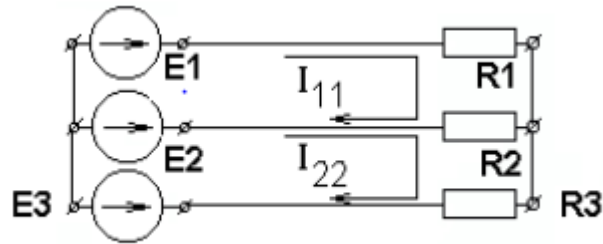
13. Визначте, які з трьох джерел ЕРС генерують енергію і які з них цю енергію поглинають, якщо  $R_1=6\text{ Ом}$ ,  $R_2=8\text{ Ом}$ ,  $R_3=3\text{ Ом}$ ,  $E_1=10\text{ В}$ ,  $E_2=E_3=30\text{ В}$ .



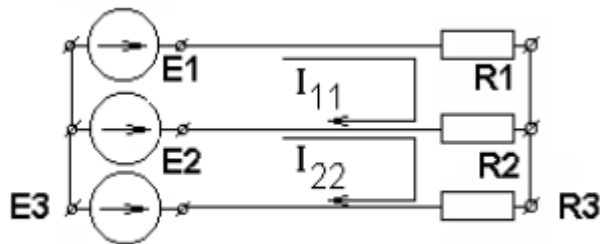
14. Визначте режими роботи трьох джерел ЕРС, якщо  $R_1=6\text{ Ом}$ ,  $R_2=8\text{ Ом}$ ,  $R_3=3\text{ Ом}$ ,  $E_1=30\text{ В}$ ,  $E_2=10\text{ В}$ ,  $E_3=5\text{ В}$ .



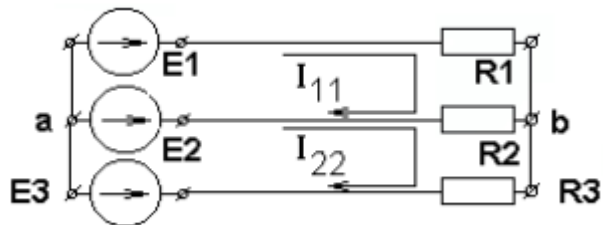
15. Методом контурних струмів знайти струм в першому джерелі, якщо  $R_1=6\ \text{Ом}$ ,  $R_2=8\ \text{Ом}$ ,  $R_3=3\ \text{Ом}$ ,  $E_1=10\ \text{В}$ ,  $E_2=20\ \text{В}$ ,  $E_3=30\ \text{В}$ .



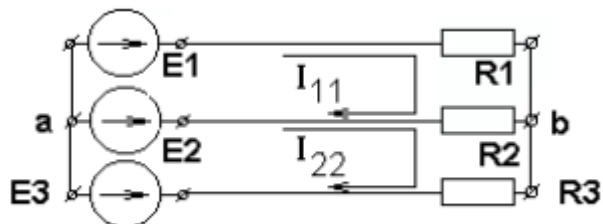
16. Методом контурних струмів знайти струм другого джерела, якщо  $R_1=10\ \text{Ом}$ ,  $R_2=15\ \text{Ом}$ ,  $R_3=5\ \text{Ом}$ ,  $E_1=10\ \text{В}$ ,  $E_2=E_3=30\ \text{В}$ .



17. Скласти в загальному вигляді рівняння вузлових потенціалів для вузла  $b$  у випадку, коли точка  $a$  схеми заземлена. Знайти в загальному вигляді струм першого джерела енергії.

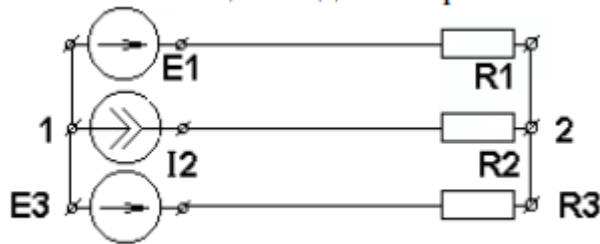


18. Скласти в загальному вигляді рівняння вузлових потенціалів для вузла  $a$  у випадку, коли точка  $b$  схеми заземлена. Знайти в загальному вигляді струм другого джерела енергії.

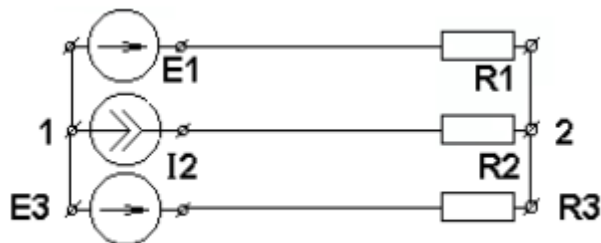




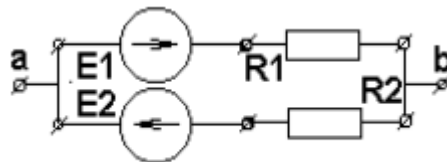
19. Для вузла 1 електричного кола записати рівняння вузлових потенціалів, коли заземлений вузол 2. Знайти в загальному вигляді струм третього джерела.



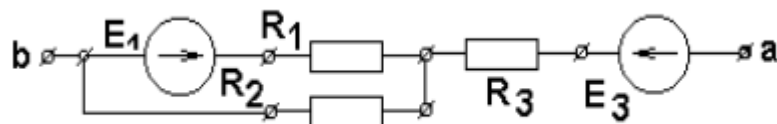
20. Для вузла 2 електричного кола записати рівняння вузлових потенціалів, коли заземлений вузол 1. Знайти в загальному вигляді струм третього джерела.



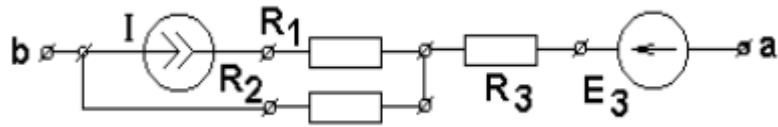
21. Знайти в схемі заміщення двополюсника ЕРС еквівалентного генератора для даного кола, представленого на малюнку, якщо  $E_1=50\text{ В}$ ,  $E_2=70\text{ В}$ ,  $R_1=15\text{ Ом}$ ,  $R_2=9\text{ Ом}$ .



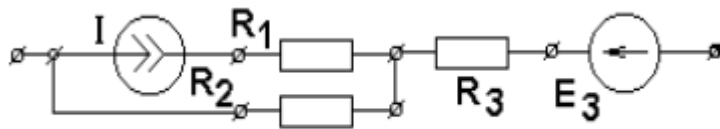
22. Дано:  $E_1=54\text{ В}$ ,  $E_3=36\text{ В}$ ,  $R_1=9\text{ Ом}$ ,  $R_2=18\text{ Ом}$ ,  $R_3=5\text{ Ом}$ . Знайти в схемі заміщення двополюсника ЕРС еквівалентного генератора для даного кола, представленого на малюнку.



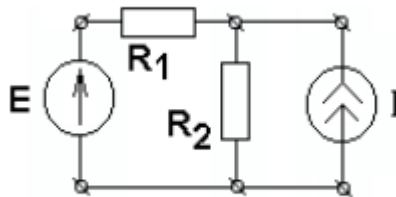
23. Дано:  $I=2$  А,  $R_1=9$  Ом,  $R_2=18$  Ом,  $R_3=5$  Ом,  $E_3=12$  В. Знайти в схемі заміщення двополюсника внутрішній опір еквівалентного генератора для даного кола, представленого на малюнку.



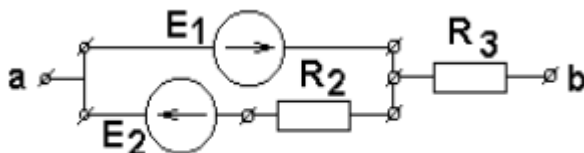
24. Дано:  $I=2$  А,  $R_1=9$  Ом,  $R_2=12$  Ом,  $R_3=5$  Ом,  $E_3=12$  В. Знайти в схемі заміщення двополюсника ЕРС еквівалентного генератора для даного кола, представленого на малюнку.



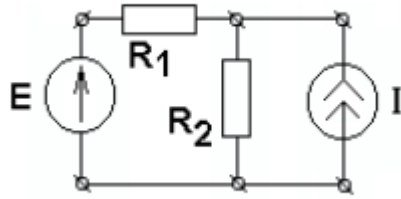
25. Методом контурних струмів знайти струми гілок, якщо:  $E=10$  В,  $I=1$  А,  $R_1=R_2=5$  Ом.



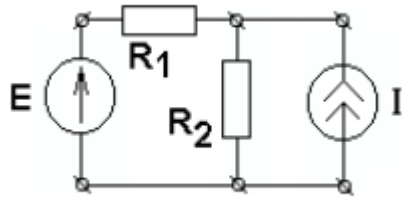
26. Знайти в схемі заміщення двополюсника ЕРС еквівалентного генератора для даного кола, представленого на малюнку, якщо  $E_1=50$  В,  $E_2=70$  В,  $R_2=10$  Ом,  $R_3=20$  Ом.



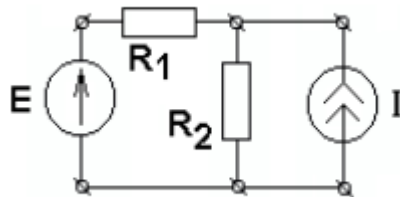
27. Методом вузлових потенціалів знайти струми гілок, якщо:  $E=10$  В,  $I=1$  А,  $R_1=R_2=5$  Ом.



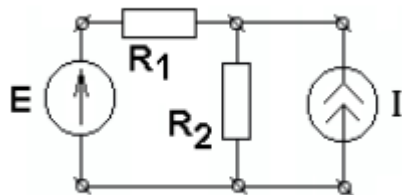
28. Методом накладення знайти струми гілок, якщо:  $E=10\text{ В}$ ,  $I=1\text{ А}$ ,  $R_1=R_2=5\text{ Ом}$ .



29. Методом еквівалентного генератора знайти струм в резисторі  $R_2$ , якщо  $E=10\text{ В}$ ,  $I=1\text{ А}$ ,  $R_1=R_2=5\text{ Ом}$ .



30. Використовуючи закони Кірхгофа знайти струми гілок, якщо:  $E=10\text{ В}$ ,  $R_1=R_2=5\text{ Ом}$ ,  $I=1\text{ А}$ .



## 2. Розрахунок параметрів лінійних однофазних кіл гармонійного струму

### 2.1. Основні закономірності розрахунку параметрів лінійних однофазних кіл гармонійного струму

1. Розрахунок кіл гармонійного струму при сталому режимі виробляють на основі символічного методу. При цьому переходимо від рівнянь для миттєвих значень змінних, що містять тригонометричні функції до алгебраїчних рівнянь з комплексними змінними і комплексними опорами (повними опорами). При розрахунку гармонійних кіл комплексним методом записують комплексні опори для всіх гілок.

2. При розрахунку кіл з гармонійними струмами комплексним методом записують комплексні опору (повні опори) у всіх гілках

$$\underline{Z}_k = R_k \pm jx_k = \sqrt{R_k^2 + x_k^2} e^{j\arctan(x_k/R_k)} = Z_k e^{j\psi_k} = Z_k \angle \psi_k$$

і комплексні значення джерел енергії електрорушійних сил  $\underline{E}_k = E_k e^{j\psi_{E_k}}, V$  і струмів  $\underline{I}_k = I_k e^{j\psi_{I_k}}, A$ .

Комплексний еквівалентний опір

– при послідовному з'єднанні  $k$  елементів у гілці

$$\underline{Z}_\varepsilon = \sum_{n=1}^k \underline{Z}_n = \sum_{n=1}^k R_n \pm \sum_{n=1}^k jx_n, \Omega.$$

– при паралельному з'єднанні  $k$  елементів у гілці ( для кожної пари повних опорів )

$$\underline{Z}_\varepsilon = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2}, \Omega$$

Після спрощення схеми за допомогою введення еквівалентних опорів гілок схеми розрахунок, при наявності одного джерела енергії, може бути виконаний методом перетворення з використанням закону Ома. Струм єдиного джерела ЕРС (вхідний струм) розраховується як

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_E}, A.$$

Решта струми гілок знаходяться за законами Кірхгофа в комплексній формі з використанням правила подільника струмів: ток в кожній з двох паралельних гілках прямо пропорційний вхідному струмі гілок, який множиться на опір протилежної гілки, і обернено пропорційний сумі опорів гілок, включених паралельно.

У більш складних колах, які мають більше одного джерела живлення, розрахунок комплексів струмів виробляють з використанням законів Кірхгофа, методом контурних струмів, вузлових потенціалів, накладання.

При необхідності визначення струму тільки в одній гілці схеми, найбільш раціонально застосувати метод еквівалентного генератора.

3. Для того, щоб знайти миттєві значення напруги, струму, ЕРС необхідно і досить знайти уявну частину  $J_m$  від відповідного комплексного значення і врахувати початкову фазу  $\psi$  і її безперервну зміну в функції часу  $\omega t$ :

$$i_k(t) = J_m(\underline{I}_k) = J_m(I_k e^{j\psi_{I_k}}) = \sqrt{2} I_k \sin(\omega t + \psi_{I_k}), A;$$

$$u_k(t) = J_m(\underline{U}_k) = J_m(U_k e^{j\psi_{U_k}}) = \sqrt{2} U_k \sin(\omega t + \psi_{U_k}), V;$$

$$e_k(t) = J_m(\underline{E}_k) = J_m(E_k e^{j\psi_{E_k}}) = \sqrt{2} E_k \sin(\omega t + \psi_{E_k}), V.$$

4. В електричних колах виконується баланс повних потужностей і їх активних і реактивних складових: сума комплексів потужностей, що генеруються джерелами енергії дорівнює сумі комплексів потужностей, які споживаються в пасивних двополюсників цього кола

$$\underline{\hat{S}}_S = \sum_{k=1}^n I_k^2 \underline{Z}_k, VA.$$

Розрахунок балансу повних потужностей в колах гармонійного струму може бути зведений до розрахунку балансу активних і реактивних потужностей

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k, W; \quad \sum_{k=1}^n \operatorname{Im}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^n I_k^2 X_k, \text{var}.$$

В індуктивному елементі виділяється позитивна реактивна потужність, а в місткості елементі виділяється негативна реактивна потужність.

5. Для наочності векторні діаграми струмів і напруг будуються в одній комплексній площині.

В ідеальному індуктивному елементі струм на 90 градусів відстає від напруги, а в ідеальному місткості елементі струм випереджає напругу на 90 градусів. В ідеальному резистивном елементі струм збігається по фазі з напругою.

6. Електричне коло працює в резонансному режимі коли, при наявності різномірних реактивних елементів, струм і напруга на ділянці кола збігаються по фазі. При резонансі сума уявних частин комплексів опорів, включених послідовно (якщо з'єднання опорів паралельне береться сума провідностей) дорівнює нулю. У рівнянні повного опору (провідності) уявна частина відділяється і прирівнюється до нуля. З отриманого рівняння визначають значень і знак опору (провідності) при якому ділянку кола буде працювати в резонансному режимі.

7. При наявності кіл з магнітно-зв'язаними елементами розрахунок струмів раціонально проводити на основі застосування законів Кірхгофа або методом контурних струмів. Застосування інших методів розрахунку не раціонально, тому, що це призводить до складних розрахунків. З метою застосування всіх відомих методів розрахунку до магнітно-пов'язаним колах, необхідно провести магнітну розв'язку кіл.

Необхідно враховувати, що падіння комплексної напруги на опорі, обумовленої магнітним зв'язком з  $k$ -ою котушкою, вздовж якої протікає  $p$ -ий контурний струм, входить в рівняння зі знаком «плюс», якщо напрямок обходу вздовж  $k$ -ої котушки і напрям  $p$ -го контурного струму збігаються відносно однойменних кінців. При визначенні власного контурного опору опір взаємної індукції включається тільки в разі, якщо обидві магнітно-пов'язані котушки знаходяться в цьому контурі. При цьому опір взаємної індукції враховується двічі, і знак його визначається напрямом струму. Знак «плюс» відповідає однаково спрямованим відносно кінців струму.

Знак опору взаємної індукції, у тому числі суміжних опорів, вибирають відносно напрямку контурних струмів до однойменних кінців. При збігу напрямків вибирається знак «плюс», а при різних напрямках – знак «мінус», незалежно від того, якого взаємного напрямку контурні струми в суміжних опорах. Після знаходження контурних струмів розраховуються струми у всіх гілках. Можна обчислити струми, попередньо «розв'язавши» індуктивні зв'язки.

8. При побудові векторних діаграм при наявності магнітного зв'язку між  $k$ -ої і  $p$ -ої котушками необхідно враховувати, що комплекс напруг  $k$ -ої котушки складається з двох доданків:  $\underline{I}_k \underline{Z}_k$  та  $\underline{I}_p \underline{Z}_{mkp}$ . Відповідно до цих векторів показуються на векторній діаграмі напруги в будь-якій послідовності.

При складанні балансу потужностей необхідно враховувати, що при наявності індуктивних зв'язків між елементами частина енергії може бути передана від одного індуктивно пов'язаного елемента до іншого. Генерована активна потужність джерелом енергії в такому елементі не буде дорівнює потужності теплових втрат в ньому. Частина активної потужності споживається на теплові втрати, а інша частина направляється в магнітне поле, звідки внаслідок взаємної індукції передається в індуктивно пов'язаний елемент. Тому баланс потужності зводиться до порівняння дійсних  $P_k$  і уявних  $Q_k$  частин комплексних потужностей, відповідних окремих ділянкам кола:

$$\sum_{k=1}^n \operatorname{Re} \left( \underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k \underline{I}_k, W; \sum_{k=1}^n \operatorname{Im} \left( \underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) = \sum_{k=1}^n \underline{U}_k \underline{I}_k, \operatorname{var},$$

де  $\underline{U}_k$  падіння комплексної напруги на елементі схеми, обтікаючого струмом.

Потужність, що передається магнітному потоку через взаємну індукцію, може бути визначена як різниця потужностей, яка отримана від джерела індуктивно пов'язаним елементом і потужності його теплових втрат, тобто

$$P_{mk} = \left( \underline{E}_k \underline{I}_k^* \right) - P_{kk} = P_k - I_k^2 R_k; P_k = \operatorname{Re} \left( \underline{E}_k \underline{I}_k^* \right).$$

Це відповідає потужності переданої магнітним полем від однієї котушки в іншу. Дійсно, напруга взаємної індуктивності  $k$ -тої котушки з'єднаної магнітно з

$p$ -тою котушкою  $\underline{U}_{mk} = \underline{Z}_{mpk} \underline{I}_p$ , і потужність, що передається від однієї котушки через індуктивну пов'язану з нею іншої котушкою  $P_{mk} = \text{Re}(\underline{U}_{mk} \underline{I}_k)$ . Аналогічно  $P_{mp} = \text{Re}(\underline{U}_{mp} \underline{I}_p)$  та  $\underline{U}_{mp} = \underline{Z}_{mpk} \underline{I}_k$ , в цьому випадку  $P_{mk} + P_{mp} = 0$ , тобто  $P_{mk} = -P_{mp}$ ;

$$\sum_{k=1}^n \text{Re}(\underline{U}_k \underline{I}_k^*) = \sum_{k=1}^n I_k^2 R_k, \text{ то єсть } P_k + P_p = I_k^2 R_k + I_p^2 R_p.$$

## 2.2. Методи аналізу кіл змінного струму

Ми знаємо вже, що закони Ома і Кірхгофа застосовні для аналізу кіл постійного струму. У цьому розділі ми хочемо показати як методи вузлових потенціалів, контурних струмів, накладення, перетворення і еквівалентного генератора можна використовувати для аналізу кіл змінного струму. Так як ці методи розрахунку вже були введені і використовувалися для кіл постійного струму, наше головне зусилля буде в застосуванні ілюстрованих прикладів розрахунку цими методами в колах однофазного гармонічного струму.

Аналіз кіл змінного струму символічним методом більш зручний, ніж аналіз кіл в тимчасовій області.

Аналіз кіл змінного струму вимагає виконання трьох етапів.

Етапи аналізу кіл змінного струму:

1. Подання кола в символічній формі.
2. Розв'язок задачі, використовуючи методи аналізу кіл (вузловий аналіз, контурний аналіз, накладення, і т.д.).
3. Повернення з символічною форми в тимчасову область.

Етап 1 не потрібен, якщо завдання вже визначено в символічній формі. На етапі 2 виконується аналіз аналогічно, як і для кіл змінного струму при цьому алгебраїчні рівняння замінюються на комплексні в рівняннях.

Розглянемо застосування символічного методу аналізу до кіл змінного струму на наступному прикладі. Визначити струми в гілках електричного кола, яке представлено на рис.2.1, якщо задані вихідні значення:

$$e_1(\omega t + \psi_1) = 10 \sin(\omega t + 20^\circ) \text{ В}; e_3 = 20 \cos(\omega t + 20^\circ) = 20 \sin(\omega t + 90^\circ + 20^\circ), \text{ В};$$

$$f = 50, \text{ Гц}; R_1 = 10, \text{ Ом}; R_2 = 15, \text{ Ом}; R_3 = 20, \text{ Ом}; L_1 = 10, \text{ мГн}; L_2 = 20, \text{ мГн};$$

$$C_2 = 500, \text{ мкФ}; C_3 = 400, \text{ мкФ}.$$

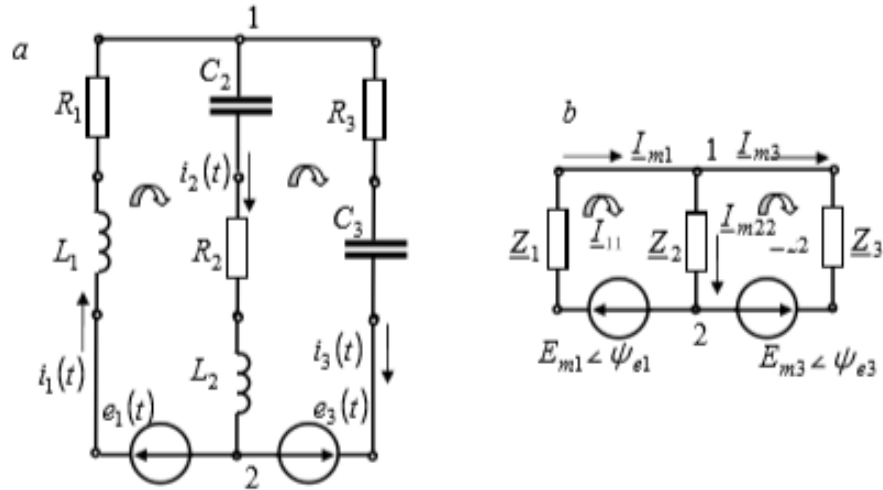


Рис.2.1

1. Подання в тимчасовій області. Відповідно до першого і другого законів Кірхгофа для схеми рис. 2.1.а маємо три незалежних (спільних) рівняння

$$\left. \begin{aligned} i_1(t) - i_2(t) - i_3(t) &= 0; \\ L_1 \frac{di_1}{dt} + i_1 R_1 + \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_2 R_2 + L_2 \frac{di_2}{dt} &= e_1(t); \\ -L_2 \frac{di_2}{dt} - i_2 R_{21} - \frac{1}{C_2} \int i_2 dt + i_3 R_3 + \frac{1}{C_3} \int i_3 dt &= -e_3(t), \end{aligned} \right\} (2.1)$$

где  $e_3(t) = E_{m3} \sin(\omega t + \psi_{e3})$ ;  
 $e_1(t) = E_{m1} \sin(\omega t + \psi_{e1})$ ;  $\omega = 2\pi f = 314 \text{ rad/s}$ ;  
 $i_1(t) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1})$ ;  $i_2(t) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_{i2})$ ;  $i_3(t) = I_{m3} \sin(\omega t + \psi_{i3})$ .

Отримали інтегро-диференціальні рівняння, що зводяться до диференціальних рівнянь шляхом диференціювання по часу другого і третього рівнянь. Розв'язок цієї системи рівнянь знаходиться шляхом інтегрування рівнянь в тимчасовій області. що призводить до масштабних обчислень.

2. Для полегшення розрахунків використовуємо символічний метод. Еквівалентна схема в символічному вигляді приведена на рис.2.1.б, де використані наступні комплексні значення:

$$\underline{E}_{m1} = E_{m1} e^{j\psi_{e1}} = 10 e^{j120^\circ}, B = 9.39 + j3.42, B;$$

$$\underline{E}_{m3} = E_{m3} e^{j\psi_{e3}} = 20 e^{j110^\circ}, B = -6.84 + 18.79, B;$$



повні опори гілок

$$\begin{aligned}\underline{Z}_1 &= Z_1 e^{j\psi Z_1} = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \\ &= \sqrt{10^2 + 3.14^2} e^{j \arctg(3.13/10)} = 10.48 e^{j17.4^\circ}, \text{ Ом} = 10 + 3.14j, \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_2 &= Z_2 e^{j\psi Z_2} = R_2 + j\omega L_2 - j \frac{1}{\omega C_2} = 15 + j314 \cdot 20 \cdot 10^{-3} - j \frac{1}{314 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = \\ &= 15 + j6.28 - j6.37 = \sqrt{15^2 + (6.28 - 6.37)^2} e^{j \arctg(6.28 - 6.37)/15} = 15 e^{j0^\circ}, \text{ Ом} = 15, \text{ Ом}; \\ \underline{Z}_3 &= Z_3 e^{j\psi Z_3} = R_3 - j \frac{1}{\omega C_3} = 20 - j \frac{1}{314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 20 - j7.96 = 21.5 e^{j21^\circ}, \text{ Ом}.\end{aligned}$$

Перетворимо кожний доданок системи рівнянь (2.1) з тимчасової в символічну форму.

2.1. Метод аналізу за законами Кірхгофа.

Маємо три незалежних рівняння на основі першого і другого законів Кірхгофа для схеми рис.2.1.б

$$\left. \begin{aligned}\underline{I}_{m1} - \underline{I}_{m2} - \underline{I}_{m3} &= 0; \\ \underline{Z}_1 \underline{I}_{m1} + \underline{Z}_2 \underline{I}_{m2} &= \underline{E}_{m1}; \\ -\underline{Z}_2 \underline{I}_{m2} + \underline{Z}_3 \underline{I}_{m3} &= -\underline{E}_{m3},\end{aligned}\right\}$$

Після чисельного розв'язку цієї системи з трьох рівнянь з трьома невідомими струмами, отримаємо наступні значення  $\underline{I}_1, \underline{I}_2, \underline{I}_3$

$$\left. \begin{aligned}\underline{I}_{m1} &= 0.713 - 0.257j = 0.758 e^{-j19.8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m2} &= 0.0968 + 0.25j = 0.268 e^{j68.8^\circ} \text{ А}; \\ \underline{I}_{m3} &= 0.616 - 0.507j = 0.798 e^{-j39.5^\circ} \text{ А}.\end{aligned}\right\}$$

2.2. Метод аналізу контурними струмами.

Відповідно до цього методу кожен контур (осередок) обтікається власним контурним струмом. Рівняння складаються для контурних струмів, які вважаються невідомими. Вони визначаються за другим законом Кірхгофа контурними струмами, що протікають через гілки контурів. Грунтуючись на загальних відношеннях для цього методу, ми отримуємо систему рівнянь для схеми рис.2.1.б, яка містить два незалежних контурних струми. Кожному незалежному контуру призначають власний контурний струм:  $\underline{I}_{11}$  та  $\underline{I}_{22}$ . Всі контурні струми спрямовані "за годинниковою стрілкою". Для кожного контуру складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа. При цьому, необхідно зазначити, що спільні контури суміжних галузей (гілка з опором  $\underline{Z}_2$ ) обтікається різницею струмів, відповідно ( $\underline{I}_{11} - \underline{I}_{22}$ ). Напрямок позитивного обходу контурів в записаних рівняннях також за "годинниковою стрілкою"

$$\left. \begin{aligned} \underline{Z}_{11}\underline{I}_{m11} - \underline{Z}_{12}\underline{I}_{m22} &= \underline{E}_{m11}; \\ -\underline{Z}_{21}\underline{I}_{m22} + \underline{Z}_{22}\underline{I}_{m22} &= \underline{E}_{m22}. \end{aligned} \right\}$$

де  $\underline{Z}_{11} = \underline{Z}_1 + \underline{Z}_2 = 25 + 3.14j, \Omega$ ,  $\underline{Z}_{22} = \underline{Z}_2 + \underline{Z}_3 = 35 - 7.96j, \Omega$  - власні контурні опори для першого і другого контурів, відповідно;

$\underline{Z}_{12} = \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_2 = 15, \Omega$  - суміжні контурні опори між першим та другим контурами;  $\underline{E}_{m11} = \underline{E}_{m1} = 9.39 + 3.42j, V$ ,  $\underline{E}_{m22} = -\underline{E}_{m3} = 6.84 - 18.79, V$  - власні контурні ЕДС для першого і другого контурів відповідно.

Після чисельного розв'язку цієї лінійної системи з двох рівнянь з двома невідомими контурними струмами отримуємо наступні значення  $\underline{I}_{11}$  та  $\underline{I}_{22}$

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m11} &= 0.713 - 0.257j = 0.758e^{-j19.8^\circ} A; \\ \underline{I}_{m22} &= 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ} A. \end{aligned} \right\}$$

Знайшовши контурні струми можна обчислити струми гілок. Невідомі значення струмів будуть

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= \underline{I}_{m11} = 0.713 - 0.257j = 0.758e^{-j19.8^\circ} A; \\ \underline{I}_{m2} &= \underline{I}_{m11} - \underline{I}_{m22} = 0.713 - 0.257j - 0.616 + 0.507j = 0.0968 + 0.25j; \\ \underline{I}_{m3} &= \underline{I}_{m22} = 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ} A. \end{aligned}$$

### 2.3. Аналіз методом вузлових потенціалів.

Методом невідомих вузлових потенціалів знаходяться потенціали вузлів, які визначаються на першій стадії розрахунку. На другій стадії через потенціали вузлів знаходять значення струмів в гілках. Застосування цього методу покажемо на прикладі схеми, що показана на рис.2.18.b. За першим законом Кірхгофа можемо скласти  $(q-1) = 1$  незалежних рівнянь, де  $q = 2$  число вузлів. Приймаємо потенціал одного вузла рівним нулю, тобто умовно цей вузол заземлюємо, так як один вузол кола може бути заземлений без зміни струморозподілення в схемі. Потенціал вузла з номером 2 приймається рівним нулю в схемі рис.2.1.б. Запишемо рівняння за першим законом Кірхгофа для вузла 1:

$$\begin{aligned} V_{m1} \left( \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \right) &= \frac{E_{m1}}{Z_1} + \frac{E_{m3}}{Z_3}. \\ V_{m1} \left( \frac{1}{10 + 3.14j} + \frac{1}{15} + \frac{1}{20 - 7.96j} \right) &= \frac{9.39 + 3.42j}{10 + 3.14j} + \frac{-6.84 + 18.79j}{20 - 7.96j} \end{aligned}$$

Розв'язок лінійного рівняння з одним невідомим дає значення:

$$\underline{V}_{m1} = 4.02e^{68.8^\circ} = 1.452 + 3.747j, V.$$

Після визначення вузлових потенціалів знаходимо струми у гілках схеми:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= \frac{V_{m1} - \underline{E}_{m1}}{\underline{Z}_1} = \frac{(1.452 + 3.747j) - (9.39 + 3.42j)}{10 + 3.14j} = \\ &= 0.713 - 0.257j = 0.758e^{-j19.8^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{m2} &= \frac{V_{m1}}{\underline{Z}_2} = \frac{1.452 + 3.747j}{15} = 0.0968 + 0.2498j = 0.268e^{j68.8^\circ} \text{ A}; \\ \underline{I}_{m3} &= \frac{V_{m1} - \underline{E}_{m3}}{\underline{Z}_3} = \frac{(1.452 + 3.747j) - (-6.84 + 18.79j)}{20 - 7.96j} = \\ &= 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ} \text{ A}. \end{aligned}$$

#### 2.4. Аналіз методом накладення.

Цей метод можна застосовувати для розрахунку лінійних електричних кіл, тобто таких кіл, які містять тільки елементи з лінійними вольтамперних характеристиками. Відповідно до цього методу, коли коло містить  $n$  джерел енергії, струм в  $k$ -тій гілці знаходиться як алгебраїчна сума часткових струмів, які протікають через гілку окремо від кожного джерела потужності.

Розрахунок параметрів кола виконують наступним чином: на початку обчислюють часткові струми гілок окремо від кожного джерела енергії, видаливши інші джерела енергії зі схеми, але зберігши в схемі їх внутрішні опори, а потім знаходять струми в гілках як алгебраїчну суму часткових струмів.

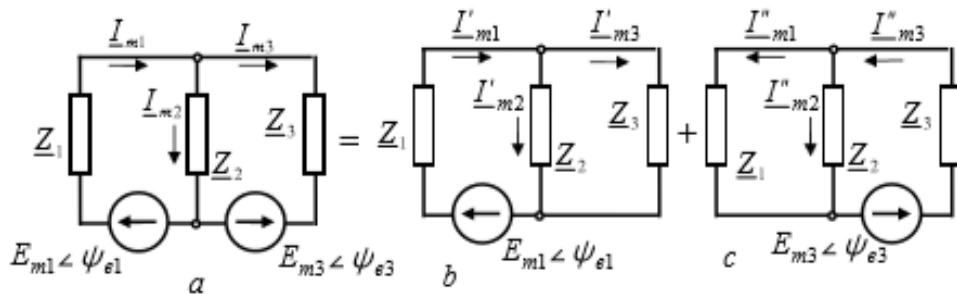


Рис.2.2

Цей метод розрахунку виконуємо на прикладі схеми, представленій на рис.2.2.a. Припустимо, що  $E_{m1} > E_{m2}$ . Щоб розрахувати струм в гілках схеми (рис. 2.2.a) методом накладення ми виділяємо дві часткові схеми, які представлені на рис.2.2.b, c.

Спочатку знаходимо струми в колі рис. 2.2.b:

$$\begin{aligned}
\underline{I}'_{m1} &= \frac{\underline{E}_{m1}}{\underline{Z}_1 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3}} = \frac{\underline{E}_{m1}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3)}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} \\
&= \frac{(9.39 + 3.42j)(35 - 7.96j)}{(10 + 3.14j)(35 - 7.96j) + 15(20 - 7.96j)} = \frac{355.87 + 44.95j}{374.99 + 30.3j + 300 - 119.4j} = \\
&= 0.5 + 0.14j = 0.53e^{j14.7^\circ}, A; \\
\underline{I}'_{m3} &= \underline{I}'_{m1} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \\
&= \frac{(9.39 + 3.42j)15}{(10 + 3.14j)(35 - 7.96j) + 15(20 - 7.96j)} = \frac{140.85 + 51.3j}{374.99 + 30.3j + 300 - 119.4j} = \\
&= 0.195 + 0.102j = 0.22e^{j14.7^\circ}, A; \\
\underline{I}'_{m2} &= \underline{I}'_{m1} \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3} = \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_3}{\underline{Z}_1(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_3) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_3} = \underline{I}'_{m1} - \underline{I}'_{m3} = \\
&= 0.5 + 0.14j - (0.195 + 0.102j) = 0.305 + 0.038j = 0.307e^{j7^\circ}, A.
\end{aligned}$$

Аналогічно знаходимо струми в схемі рис.2.2.c

$$\begin{aligned}
\underline{I}''_{m3} &= \frac{\underline{E}_{m3}}{\underline{Z}_3 + \frac{\underline{Z}_2 \underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1}} = \frac{\underline{E}_{m3}(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1)}{\underline{Z}_3(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_1} = \\
&= \frac{(-6.84 + 18.79j)(25 + 3.14j)}{(20 - 7.96j)(25 + 3.14j) + 15(10 + 3.14j)} = -0.421 + 0.609j = 0.74e^{j124.7^\circ}, A; \\
\underline{I}''_{m1} &= \underline{I}''_{m3} \frac{\underline{Z}_2}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{E}_{m3} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_3(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_1} = \\
&= \frac{(-6.84 + 18.79j)15}{(20 - 7.96j)(25 + 3.14j) + 15(10 + 3.14j)} = 0.213 - 0.397j = 0.45e^{-j61.8^\circ}, A; \\
\underline{I}''_{m2} &= \underline{I}''_{m3} \frac{\underline{Z}_1}{\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1} = \frac{\underline{E}_{m3} \underline{Z}_1}{\underline{Z}_3(\underline{Z}_2 + \underline{Z}_1) + \underline{Z}_2 \underline{Z}_1} = \underline{I}''_{m3} - \underline{I}''_{m1} = \\
&= -0.421 + 0.609j - (0.213 - 0.397j) = -0.2082 + 0.2118j = 0.297e^{j134.5^\circ}, A;
\end{aligned}$$

Нарешті визначаємо струми в гілках. Ці струми визначаються як алгебраїчна сума часткових струмів і враховується додатні напрями струмів у першій схемі рис.1.2.a:

$$\begin{aligned}
\underline{I}_{m1} &= \underline{I}'_{m1} - \underline{I}''_{m1} = 0.5 + 0.14j - (0.213 - 0.397j) = \\
&= 0.713 - 0.257j = 0.758e^{-j19.8^\circ} A;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{I}_{m2} &= \underline{I}'_{m2} + \underline{I}''_{m2} = 0.305 + 0.038j + (-0.2082 + 0.2118j) = \\ &= 0.0968 + 0.2498j = 0.268e^{j68.8^\circ}, A; \\ \underline{I}_{m3} &= \underline{I}'_{m3} - \underline{I}''_{m3} = 0.195 + 0.102j - (-0.421 + 0.609j) = \\ &= 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ}, A. \end{aligned}$$

Перетворивши струми в тимчасову область, отримаємо

$$\begin{aligned} i_1(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m1}) = \text{Im}(I_{m1}e^{j\psi_{i1}}) = I_{m1} \sin(\omega t + \psi_{i1}) = 0.758 \sin(314t - 19.8^\circ), A; \\ i_2(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m2}) = \text{Im}(I_{m2} \angle \psi_{i2}) = I_{m2} \sin(\omega t + \psi_{i2}) = 0.268 \sin(314t + 68.8^\circ), A; \\ i_3(t) &= \text{Im}(\underline{I}_{m3}) = \text{Im}(I_{m3}e^{j\psi_{i3}}) = \text{Im}(I_{m3} \angle \psi_{i3}) = \\ &= I_{m3} \sin(\omega t + \psi_{i3}) = 0.798 \sin(314t - 39.5^\circ), A. \end{aligned}$$

## 2.5. Аналіз методом еквівалентного генератора.

Будь-який активний двополюсник можна замінити, відповідно до методу еквівалентного генератора, на схему, що містить ЕРС еквівалентного генератора, в якій ЕРС дорівнює напрузі холостого ходу або джерело струму з струмом короткого замикання і внутрішнім опором або провідністю, рівними опору або провідності двополюсника.

Застосування ідеї методу еквівалентного генератора для розрахунку параметрів в єдиній третій гілці схеми, представлено на рис.2.3, а.

Визначимо струм в опорі  $\underline{Z}_2$  в режимі холостого ходу. Для цієї мети від'єднуємо гілку з опором  $\underline{Z}_3$  (Рис. 2.3.б) і знаходимо напругу холостого ходу:

$$\underline{V}_{m1} = \underline{V}_{m2} + \underline{I}_{moc} \underline{Z}_2 - \underline{E}_{m3} = \underline{V}_{m2} + \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \underline{E}_{m3}$$

або

$$\begin{aligned} \underline{E}_{moc} &= -\underline{U}_{moc} = \underline{V}_{m1} - \underline{V}_{m2} = \underline{I}_{moc} \underline{Z}_2 - \underline{E}_{m3} = \frac{\underline{E}_{m1} \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} - \underline{E}_{m3} = \\ &= \frac{(9.39 + 3.42j)15}{35 + 3.14j} + 6.84 - 1879j = -0.862 - 6.53j = 6.59e^{-j97.5^\circ}, V. \end{aligned}$$

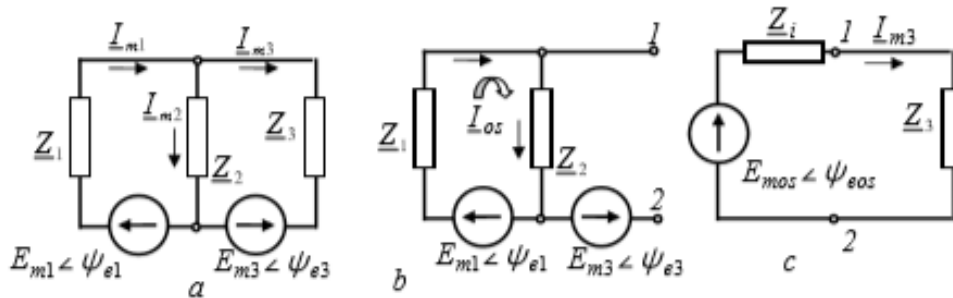


Рис.2.3

Вхідний опір між клемми 1-2 визначаємо в режимі холостого ходу без джерел енергії (Fig. 2.3.b). Клеми 1 і 2 роз'єднані як в режимі холостого ходу. Тому

$$\underline{Z}_i = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_2}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_2} = \frac{15(10 + 3.14j)}{15 + 10 + 3.14j} = 4.37 + 0.95j = 4.47e^{j12.3^\circ} \Omega.$$

І остаточно струм в третій гілці

$$\underline{I}_{m3} = \frac{\underline{E}_{mos}}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_i} = \frac{-0.862 - 6.53j}{20 - 7.96j + 4.37 + 0.95j} = 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ} A..$$

2.6. Використання топографічних і векторних діаграм при аналізі кіл змінного струму.

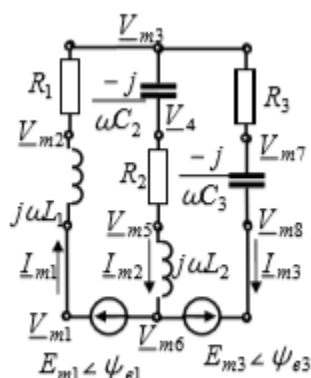


Рис.2.4

Для параметрів схеми Рис. 2.4 використавши будь-який метод розрахунку кіл змінного струму, ми отримуємо наступні струми гілок

$$\left. \begin{aligned} \underline{I}_{m1} &= 0.713 - 0.257j = 0.758e^{-j19.8^\circ} A; \\ \underline{I}_{m2} &= 0.0968 + 0.25j = 0.268e^{j68.8^\circ} A; \\ \underline{I}_{m3} &= 0.616 - 0.507j = 0.798e^{-j39.5^\circ} A. \end{aligned} \right\}$$

Параметри кола розраховані на основі наступних вихідних даних

$$\begin{aligned} \underline{E}_{m1} &= E_{m1} e^{j\psi_{e1}} = 10e^{j20^\circ} V = 9.39 + j3.42V; \\ \underline{E}_{m3} &= E_{m3} e^{j\psi_{e3}} = 20e^{j110^\circ} V = -6.84 + j18.79V; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \underline{Z}_1 &= Z_1 e^{j\psi_{Z1}} = R_1 + j\omega L_1 = 10 + j314 \cdot 10 \cdot 10^{-3} = \\ &= \sqrt{10^2 + 3.14^2} e^{j \arctg(3.14/10)} = 10.48e^{j17.4^\circ} \Omega = 10 + 3.14j\Omega; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\underline{Z}_2 &= Z_2 e^{j\psi_{Z2}} = R_2 + j\omega L_2 - j\frac{1}{\omega C_2} = 15 + j314 \cdot 20 \cdot 10^{-3} - j\frac{1}{314 \cdot 500 \cdot 10^{-6}} = \\ &= 15 + j6.28 - j6.37 = \sqrt{15^2 + (6.28 - 6.37)^2} e^{j\arctg(6.28 - 6.37)/15} = 15e^{j0^\circ} \Omega = 15\Omega; \\ \underline{Z}_3 &= Z_3 e^{j\psi_{Z3}} = R_3 - j\frac{1}{\omega C_3} = 20 - j\frac{1}{314 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = 20 - 7.96j = 21.5e^{j21^\circ} \Omega.\end{aligned}$$

Топографічна діаграма показує розподіл потенціалу вздовж ділянки кола.

Одна точка (як правило це один з вузлів) схеми приймається як вихідна точка з потенціалом рівним нулю (це вузол з номером 1 в схемі заземлений):  $\underline{V}_{m1} = 0$ .

Відносно обраної точки 1 знаходимо всі інші потенціали схеми

$$\begin{aligned}\underline{V}_{m2} &= \underline{V}_{m1} + j\omega L_1 \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + jX_{L1} \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{L1} = \\ &= \underline{V}_{m1} + j3.14 \cdot 0.758e^{-j19.8^\circ} = \underline{V}_{m1} + 2.38e^{j70.2^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m3} &= \underline{V}_{m2} + R_1 \underline{I}_{m1} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{R1} = \underline{V}_{m1} + 10 \cdot 0.758e^{-j19.8^\circ} = \\ &= \underline{V}_{m1} + 7.58e^{-j19.8^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m4} &= \underline{V}_{m3} - j/\omega C_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m1} - jX_{C2} \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m1} + \underline{U}_{C2} = \\ &= \underline{V}_{m1} - j6.37 \cdot 0.268e^{j68.8^\circ} = \underline{V}_{m1} + 1.707e^{-j21.2^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m5} &= \underline{V}_{m4} + R_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m4} + \underline{U}_{R2} = \\ &= \underline{V}_{m4} + 15 \cdot 0.268e^{j68.8^\circ} = \underline{V}_{m4} + 4.02e^{j68.8^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m6} &= \underline{V}_{m5} + j\omega L_2 \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m2} + jX_{L2} \underline{I}_{m2} = \underline{V}_{m5} + \underline{U}_{L2} = \\ &= \underline{V}_{m5} + j6.28 \cdot 0.268e^{j68.8^\circ} = \underline{V}_{m5} + 1.68e^{j158.8^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m1} &= \underline{V}_{m6} + \underline{E}_{m1} = \underline{V}_{m6} + 10e^{j20^\circ} V = 0; \\ \underline{V}_{m7} &= \underline{V}_{m3} + R_3 \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m3} + \underline{U}_{R3} = \\ &= \underline{V}_{m3} + 20 \cdot 0.798e^{-j39.5^\circ} = \underline{V}_{m3} + 15.96e^{-j39.5^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m8} &= \underline{V}_{m7} - j/\omega C_3 \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m7} - jX_{C3} \underline{I}_{m3} = \underline{V}_{m7} + \underline{U}_{C3} = \\ &= \underline{V}_{m7} - 7.96j \cdot 0.798e^{-j39.5^\circ} = \underline{V}_{m7} + 6.35e^{j50.5^\circ}, V; \\ \underline{V}_{m6} &= \underline{V}_{m8} - \underline{E}_{m3} = \underline{V}_{m8} - 20e^{j110^\circ}, V.\end{aligned}$$

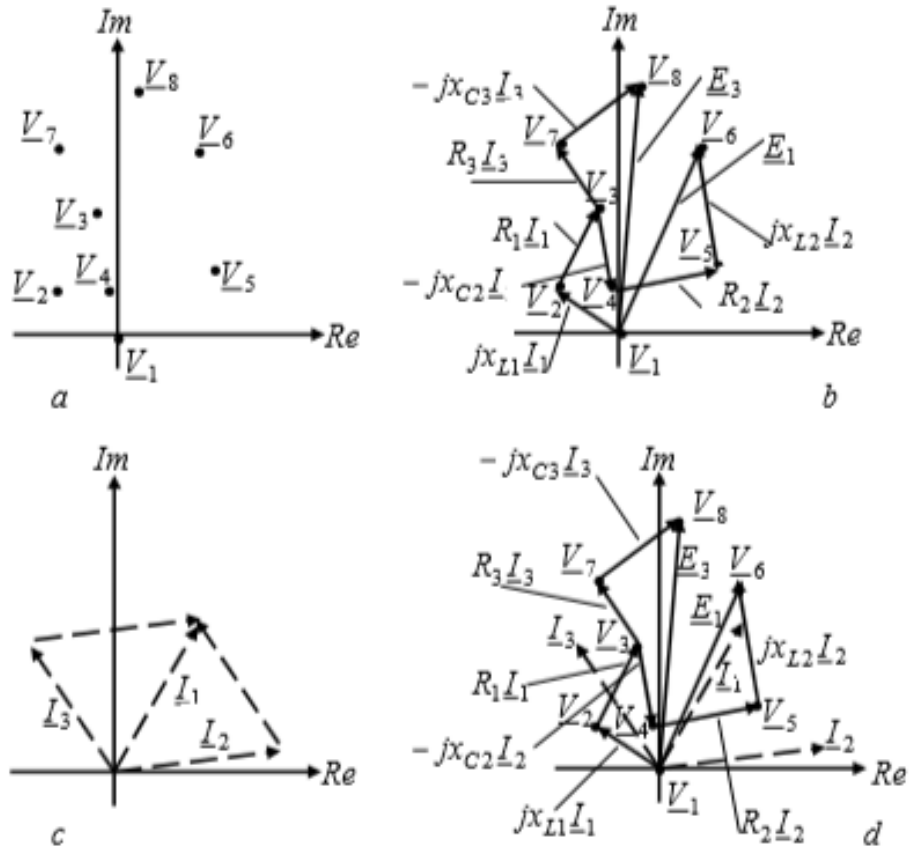


Рис.2.22

Топографічна діаграма для схеми рис.2.21 показана на кресленні рис.2.22. Між точками топографічної діаграми знаходяться падіння напруги на елементах схеми.

Векторні діаграми напруг виходять з топографічних діаграм за допомогою з'єднання потенційних точок через вектори напруг, Рис.2.22. b.



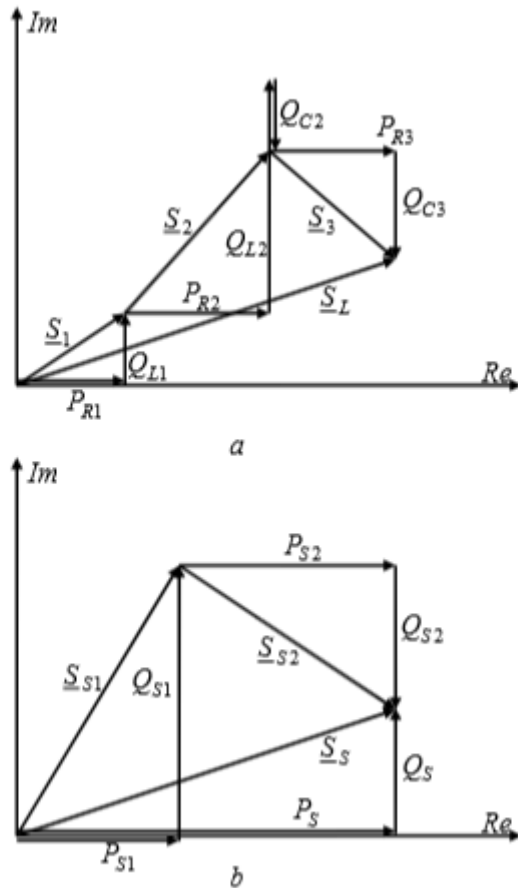


Рис.2.23

Векторна діаграма струмів (показана на рис.2.22.с) поєднана з векторною діаграмою напруг (показана на рис.2.22.б) показана на кресленні малюнку рис.2.22.д.

## 2.7. Аналіз потужностей кіл змінного струму (рис.2.21).

Активна і реактивна потужності, споживані навантаженнями в схемі (рис.2.23.а)

$$P_L = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 = 10 \cdot 0.758^2 + 15 \cdot 0.268^2 + 20 \cdot 0.798^2 = 5.75 + 1.07 + 12.73 = 19.55 \text{ W};$$

$$Q_L = Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C2} - Q_{C3} = x_{L1} I_1^2 + x_{L2} I_2^2 - x_{C3} I_3^2 = 3.14 \cdot 0.758^2 + (6.28 - 6.37) \cdot 0.268^2 - 7.96 \cdot 0.798^2 = 1.8 - 0.006 - 5.07 = -3.276 \text{ var};$$

$$\underline{S}_L = P_L \pm jQ_L = S_L \angle \text{tg}^{-1}(P_L / Q_L) = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} e^{j\phi} = S_L e^{j\phi} =$$

$$= 19.55 - 3.276j = 19.82 e^{-j9.5^\circ} \text{ VA.}$$

$$\cos \phi = P_L / Q_L.$$

Активна та реактивна потужності, які генеруються джерелами (рис.2.23.b)

$$\underline{S}_1 = \underline{E}_1 \dot{I}_1 = 10 e^{j20^\circ} 0.758 e^{j19.8^\circ} = 5.82 + 4.85j = P_{S1} \pm jQ_{S1};$$

$$\underline{S}_3 = \underline{E}_3 \dot{I}_3 = 20 e^{j110^\circ} 0.798 e^{j39.5^\circ} = 13.75 - 8.1j = P_{S3} \pm jQ_{S3};$$

$$\underline{S}_S = \underline{S}_1 + \underline{S}_3 = \underline{E}_1 \dot{I}_1 + \underline{E}_3 \dot{I}_3 = P_{S1} \pm jQ_{S1} + P_{S3} \pm jQ_{S3} = P_S \pm jQ_S =$$

$$= 5.82 + 4.85j + 13.75 - 8.1j = 19.57 - 3.25j = 19.83 e^{-j9.4^\circ} \text{ VA.}$$

$$\cos \phi = P_S / S_S = 19.57 / 19.83 = 0.98.$$

Баланс потужностей в електричному колі ( рис.2.23 )

$$P_S = P_{S1} + P_{S3} = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} = P_L;$$

$$\pm Q_S = \pm Q_{S1} \pm Q_{S3} = Q_{L1} + Q_{L2} - Q_{C2} - Q_{C3} = \pm Q_L;$$

$$\underline{S}_S = P_S \pm jQ_S = P_L \pm jQ_L = \underline{S}_L.$$

### 2.3. Приклад розрахунку параметрів гармонійної однофазної кола

Вихідні дані для розрахунку параметрів кола. Дано:

$$E = 220V; \psi_e = 30^\circ; f = 60\text{Hz}; k = 0.8;$$

$$x_1 = 30\Omega; x_2 = 25\Omega; x_3 = -15\Omega; x_4 = -20\Omega;$$

$$R_0 = 20\Omega; R_2 = 15\Omega; R_3 = 10\Omega; R_4 = 10\Omega.$$

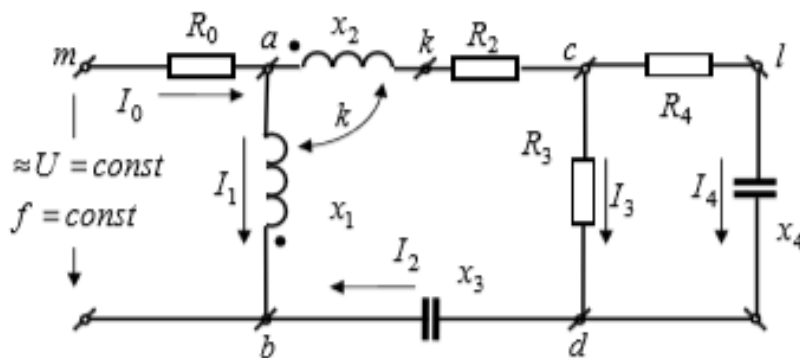


Рис. 2.5

Етап 1. Розрахунок параметрів схеми за відсутності магнітного зв'язку між котушками. Розрахунок виконуємо методом перетворення опорів гілок з визначенням еквівалентного опору усього кола. У розрахунковій схемі такий підхід можливий, оскільки є єдине джерело енергії. Знаходимо комплексні значення опору гілок в символічній формі:

- опори гілок

$$\underline{Z}_0 = R_0 = 20 \angle 0^\circ, \Omega;$$

$$\underline{Z}_1 = jx_1 = j30 = 30 \angle 90^\circ, \Omega;$$

$$\underline{Z}_2 = R_2 + jx_2 - jx_3 = 15 + j25 - j15 = 15 + j10 = 18.03 \angle 33.7^\circ, \Omega;$$

Примітка: в розрахунку враховано, що опори  $x_2, R_2, x_3$  обтікаються однаковим струмом  $I_2$ , тому вони сполучені послідовно:

$$\underline{Z}_3 = R_3 = 10 \angle 0^\circ, \Omega;$$

$$\underline{Z}_4 = R_4 - jx_4 = 10 - j20 = 22.36 \angle -63.4^\circ, \Omega;$$

- опори з'єднань гілок схеми

$$\underline{Z}_{cd} = \frac{\underline{Z}_3 \underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = \frac{R_3(R_4 + jx_4)}{R_3 + R_2 + jx_2} = \frac{10(10 - j20)}{10 + 10 - j20} =$$

$$= 7.9 \angle -18.4^\circ = 7.5 - j2.5 = R_{cd} - jx_{cd}, \Omega;$$

$$\underline{Z}_{234} = R_2 + jx_2 - jx_3 + R_{cd} - jx_{cd} = 15 + j25 - j15 + 7.5 - j2.5 =$$

$$= 22.5 + j7.5 = R_{234} + jx_{234} = 23.72 \angle 18.4^\circ, \Omega;$$

$$\underline{Z}_{ab} = \frac{\underline{Z}_1 \underline{Z}_{234}}{\underline{Z}_1 + \underline{Z}_{234}} = \frac{jx_1(R_{234} + jx_{234})}{jx_1 + R_{234} + jx_{234}} = \frac{j30(22.5 + j7.5)}{j30 + 22.5 + j7.5} =$$

$$= 16.27 \angle 49.4^\circ = 10.59 + j12.35 = R_{ab} + jx_{ab}, \Omega;$$

$$\underline{Z}_{mb} = R_0 + \underline{Z}_{ab} = 20 + 10.59 + j12.35 = 30.59 + j12.35 =$$

$$= R_{ab} + jx_{ab} = 32.99 \angle 21.9^\circ, \Omega.$$

Комплексне значення ЕРС джерела енергії

$$\underline{E} = E \angle \psi_e = 220 \angle 30^\circ = 190.52 + 110j, V.$$

Кутова частота  $\omega$  знаходиться відповідно до циклічної частоти  $f$

$$\omega = 2\pi f = 2 \cdot 3.14 \cdot 60 = 376.8 \text{ Hz}.$$

Струм джерела знаходимо за законом Ома

$$\underline{I}_0 = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}_{mb}} = \frac{220 \angle 30^\circ}{32.99 \angle 21.9^\circ} = 6.67 \angle 8.2^\circ = 6.6 + j0.95, A.$$

Інші струми гілок знаходимо за правилом дільника струмів у паралельних гілках:

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_0 \frac{\underline{Z}_{234}}{jx_1 + \underline{Z}_{234}} = (6.6 + j0.95) \frac{22.5 + j7.5}{j30 + 22.5 + j7.5} =$$

$$= 3.05 - j1.94 = 3.62 \angle -32.4^\circ, A;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_0 \frac{jx_1}{jx_1 + \underline{Z}_{234}} = (6.6 + j0.95) \frac{j30}{j30 + 22.5 + j7.5} =$$

$$= 3.54 + j2.89 = 4.57 \angle 39.1^\circ, A;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_2 \frac{\underline{Z}_4}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = (3.54 + j2.89) \frac{10 - j20}{10 + 10 - j20} =$$

$$= 3.38 + j1.28 = 3.62 \angle 20.8^\circ, A;$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_2 \frac{\underline{Z}_3}{\underline{Z}_3 + \underline{Z}_4} = (3.54 + j2.89) \frac{10}{10 + 10 - j20} =$$

$$= 0.16 + j1.61 = 1.62 \angle 84.2^\circ, A;$$

Зауваження: після знаходження струму в одній з паралельної гілки, струм іншої гілки може бути знайдений не тільки за правилом дільника струмів, а й за першим законом Кірхгофа

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_0 - \underline{I}_1 = 6.6 + j0.95 - 3.05 + j1.94 =$$

$$= 3.54 + j2.89 = 4.57 \angle 39.1^\circ, A;$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_2 - \underline{I}_3 = 3.54 + j2.89 - 3.38 - j1.28 =$$

$$= 0.16 + j1.61 = 1.62 \angle 84.2^\circ, A.$$

3. Миттєві значення струмів знаходимо як уявні частини від комплексних значень струмів:

$$i_1(t) = \text{Im}(3.04 \angle -32.4^\circ) = 3.04\sqrt{2} \sin(\omega t - 32.4^\circ), A;$$

$$i_2(t) = \text{Im}(3.84 \angle 39^\circ) = 3.84\sqrt{2} \sin(\omega t + 39^\circ), A;$$

$$i_3(t) = \text{Im}(3.04 \angle 20.7^\circ) = 3.04\sqrt{2} \sin(\omega t + 20.7^\circ), A;$$

$$i_4(t) = \text{Im}(1.35 \angle 84^\circ) = 1.35\sqrt{2} \sin(\omega t + 84^\circ), A.$$

4. Баланс потужностей:

- повна, активна і реактивна потужності джерела напруги

$$\tilde{S}_S = \underline{E} \cdot \underline{I}_0^* = 220 \angle 30^\circ \cdot 6.67 \angle -8.2^\circ = 1467.4 \angle 21.8^\circ = 1362.46 + j544.94 =$$

$$= P_S + jQ_S = S \angle \psi_S; P_S = 1362.46 W; Q_S = 544.94 \text{ var}; S_S = 1467.4 VA.$$

- повна, активна і реактивна потужності навантаження

$$P_L = \sum_{k=0}^4 R_k I_k^2 = R_0 I_0^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 + R_4 I_4^2 =$$

$$= 20 \cdot 6.67^2 + 15 \cdot 4.57^2 + 10 \cdot 3.62^2 + 10 \cdot 1.62^2 = 1360.34 W;$$

$$Q_L = x_1 I_1^2 + x_2 I_2^2 - x_3 I_3^2 - x_4 I_4^2 = 30 \cdot 3.62^2 + 25 \cdot 4.57^2 - 15 \cdot 4.57^2 - 20 \cdot 1.62^2 =$$

$$= 549.49 \text{ var};$$

$$S_L = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = \sqrt{1360.34^2 + 549.49^2} = 1467.13 VA.$$

Помилка розрахунків, пов'язана з округленням значень чисел при розрахунку

$$\frac{S_s - S_L}{S_S} 100\% = \frac{1467.4 - 1467.13}{1467.4} 100\% = 0.0184\%.$$

5. Потенційна топографічна діаграма і векторна діаграма струмів і напруг.

Точку схеми  $b$  заземляємо  $V_b = 0$ .

$$\underline{V}_d = \underline{V}_b - jx_3 \underline{I}_2 = \underline{V}_b - j15 \cdot 4.57 \angle 39.1^\circ = \underline{V}_b + 68.55 \angle -50.9^\circ = \underline{V}_b - \underline{U}_{x3}, V;$$

$$\underline{V}_l = \underline{V}_d - jx_4 \underline{I}_4 = \underline{V}_d - j20 \cdot 1.62 \angle 84.2^\circ = \underline{V}_d + 32.4 \angle -5.8^\circ = \underline{V}_d - \underline{U}_{x4}, V;$$

$$\underline{V}_c = \underline{V}_l + R_4 \underline{I}_4 = \underline{V}_l + \underline{U}_{R4} = \underline{V}_l + 10 \cdot 1.62 \angle 84.2^\circ = \underline{V}_l + 16.2 \angle 84.2^\circ, V;$$

$$\underline{V}_c = \underline{V}_d + R_3 \underline{I}_3 = \underline{V}_d + \underline{U}_{R3} = \underline{V}_d + 10 \cdot 3.62 \angle 20.8^\circ = \underline{V}_d + 36.2 \angle 20.8^\circ, V;$$

$$\underline{V}_k = \underline{V}_c + R_2 \underline{I}_2 = \underline{V}_c + 15 \cdot 4.57 \angle 39.1^\circ = \underline{V}_c + 68.55 \angle 39.1^\circ = \underline{V}_c + \underline{U}_{R2}, V;$$

$$\underline{V}_a = \underline{V}_k + jx_2 \underline{I}_2 = \underline{V}_k + j25 \cdot 4.57 \angle 39.1^\circ = \underline{V}_k + 114.25 \angle 129.1^\circ = \underline{V}_k + \underline{U}_{x2}, V;$$

$$\underline{V}_m = \underline{V}_a + R_0 \underline{I}_0 = \underline{V}_a + 20 \cdot 6.67 \angle 8.2^\circ = \underline{V}_a + 133.4 \angle 8.2^\circ = \underline{V}_a + \underline{U}_{R0}.$$

На рис.2.6 представлені потенційна і векторна діаграма напруг і струмів.

6. Вважаючи, що  $x_1$  невідомо, знайти його з умови резонансу всьому ланцюгу. Тому, що реактивний елемент  $x_1$  приєднаний паралельно в схемі, тому його знаходимо з умови резонансу струмів. У схемі можливий резонанс струмів, коли дорівнює нулю вхідна реактивна провідність схеми. Провідність ділянки схеми, де паралельно з'єднаний  $x_1$  знаходиться як

$$\underline{Y}_{234} = \frac{1}{\underline{Z}_{234}} = \frac{1}{22.5 + j7.5} = 0.04 - j0.0133 = g_{234} - jb_{234}.$$

Умова резонансу  $b_{ab} = 0$ , звідки знаходимо  $b_1 + b_{234} = 0$ , тобто  $b_1 = -b_{234} = 0,0133, S$ .

Отже, опір має бути охарактеризований, як індуктивний і його значення

$$x_1 = \frac{1}{b_1} = \frac{1}{0.0133} = 750, \Omega.$$

Знаючи кутову частоту можна обчислити значення індуктивності реактивного опору  $x_1$

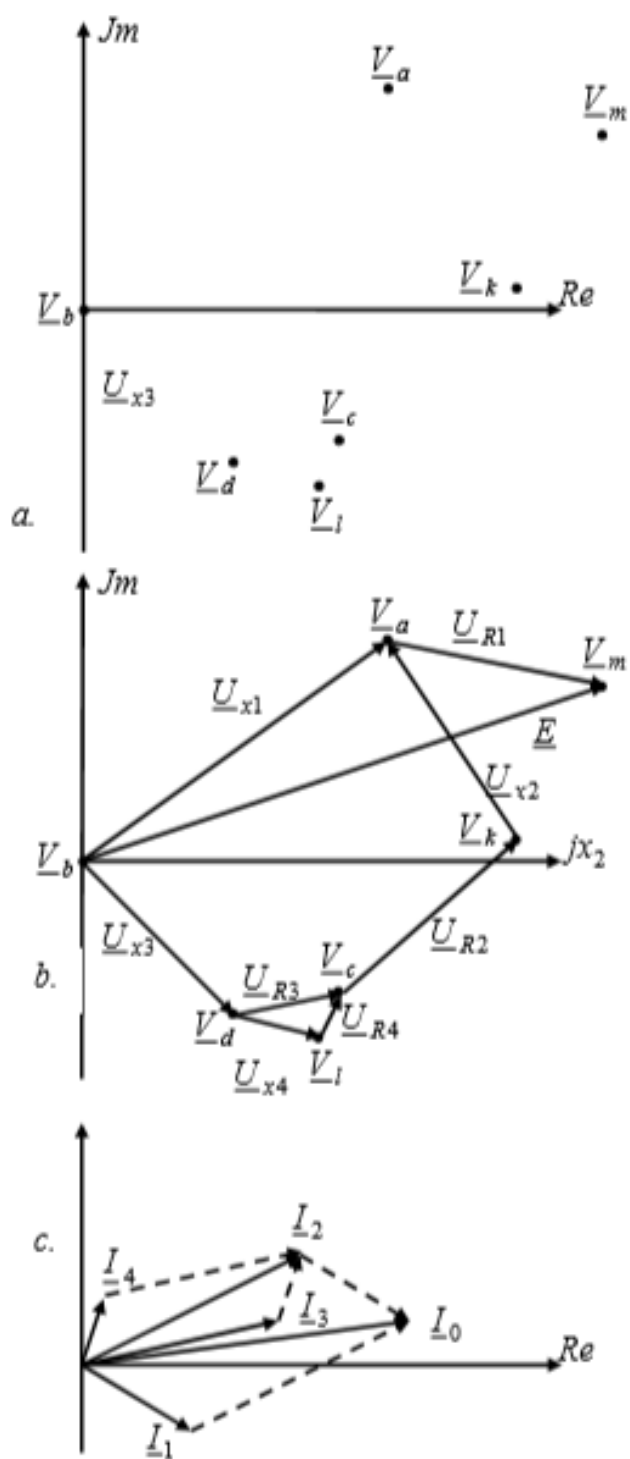
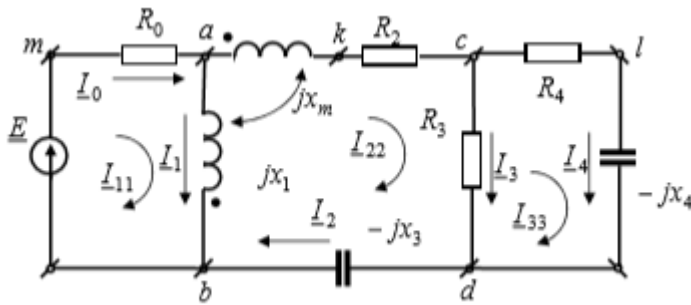


Рис.2.6.

Етап 2. Розрахунок параметрів схеми при магнітно-зв'язаних елементів (коефіцієнт магнітного зв'язку  $k=0.8$ )



Відповідно до вихідних даних і з урахуванням магнітного зв'язку між котушками, струми гілок розраховуємо методом контурних струмів. Магнітний опір, обумовлений потоком взаємної індукції, знаходиться як

$$x_m = k\sqrt{x_1 x_2} = 0.8\sqrt{30 \cdot 25} = 21.9\Omega.$$

Рівняння для контурних струмів після магнітної розв'язки котушок

$$\begin{cases} \underline{E}_{11} = \underline{I}_{11}\underline{Z}_{11} - \underline{I}_{22}\underline{Z}_{12} - \underline{I}_{33}\underline{Z}_{13} \\ \underline{E}_{22} = -\underline{I}_{11}\underline{Z}_{21} + \underline{I}_{22}\underline{Z}_{22} - \underline{I}_{33}\underline{Z}_{23} \\ \underline{E}_{33} = -\underline{I}_{11}\underline{Z}_{31} - \underline{I}_{22}\underline{Z}_{32} + \underline{I}_{33}\underline{Z}_{33} \end{cases}$$

де  $\underline{E}_{11} = 220 \angle 30^\circ, V, \underline{E}_{22} = 0, V, \underline{E}_{33} = 0, V$  - контурні ЕРС.

Контурні та суміжні повні опори:

$$\begin{aligned} \underline{Z}_{11} &= R_0 + jx_1 = 10 + j30, \Omega; \\ \underline{Z}_{12} &= jx_1 + jx_m = j30 + j21.9 = j51.9\Omega; \\ \underline{Z}_{13} &= \underline{Z}_{31} = 0; \underline{Z}_{21} = \underline{Z}_{12}; \\ \underline{Z}_{22} &= R_2 + R_3 + jx_1 + jx_2 - jx_3 + 2jx_m = \\ &= 15 + 10 + j30 + j25 - j15 + 2j21.9 = 25 + j83.8, \Omega; \\ \underline{Z}_{23} &= \underline{Z}_{32} = R_3 = 10, \Omega; \\ \underline{Z}_{33} &= R_3 + R_4 - jx_4 = 10 + 10 - j20 = 20 - j20, \Omega. \end{aligned}$$

Заміняємо в вихідній системі рівнянь, знайденими числовими значеннями параметрів кола

$$\begin{cases} 190.52 + j110 = \underline{I}_{11}(10 + j30) - \underline{I}_{22}j51.9 - \underline{I}_{33}0 \\ 0 = -\underline{I}_{11}j51.9 + \underline{I}_{22}(25 + j83.8) - \underline{I}_{33}10 \\ 0 = -\underline{I}_{11}0 - \underline{I}_{22}10 + \underline{I}_{33}(20 - j20) \end{cases}$$

Із загального розв'язку системи рівнянь отримаємо

$$\begin{cases} \underline{I}_{11} = 6.64 + j3.91 = 7.71 \angle 31.5^\circ, A; \\ \underline{I}_{22} = 3.24 + j3.48 = 4.76 \angle 47.06^\circ, A; \\ \underline{I}_{33} = -0.05 + j1.67 = 1.67 \angle 91.7^\circ, A. \end{cases}$$

Від контурних струмів переходимо до струмів гілок

$$\underline{I}_0 = \underline{I}_{11} = 7.71 \angle 31.5^\circ, A;$$

$$\underline{I}_1 = \underline{I}_{11} - \underline{I}_{22} = 7.71 \angle 31.5^\circ - 4.76 \angle 47.06^\circ = 3.38 \angle 9.17^\circ, A;$$

$$\underline{I}_2 = \underline{I}_{22} = 4.76 \angle 47.06^\circ, A;$$

$$\underline{I}_3 = \underline{I}_{22} - \underline{I}_{33} = 4.76 \angle 47.06^\circ - 1.67 \angle 91.7^\circ = 3.29 + j1.82 = 3.75 \angle 28.87^\circ, A;$$

$$\underline{I}_4 = \underline{I}_{33} = 1.67 \angle 91.7^\circ, A.$$

2. Побудова суміщених векторних діаграм струмів і напруг.

Точку схеми  $d$  заземляємо  $\underline{V}_d = 0$ .

Відносно обраної точки  $d$  знаходимо всі інші потенціали точок схеми

$$\underline{U}_{db} = -jx_3 \underline{I}_2 = -j15 \cdot 4.76 \angle 47.06^\circ = 71.4 \angle -43.06^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{cd} = \underline{Z}_{cd} \underline{I}_2 = 7.9 \angle -18.4^\circ \cdot 4.76 \angle 47.06^\circ = 37.6 \angle 28.66^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{kc} = R_2 \underline{I}_2 = 15 \cdot 4.76 \angle 47.06^\circ = 66.9 \angle 47.06^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{ak} = jx_2 \underline{I}_2 - jx_m \underline{I}_1 = j25 \cdot 4.76 \angle 47.06^\circ - j21.9 \cdot 3.38 \angle 9.17^\circ = 75.7 \angle 173.87^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{ab} = jx_1 \underline{I}_1 - jx_m \underline{I}_2 = j30 \cdot 3.38 \angle 9.17^\circ - j21.9 \cdot 4.76 \angle 47.06^\circ = 66.8 \angle 25.84^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{ma} = R_0 \underline{I}_0 = 10 \cdot 7.71 \angle 31.5^\circ = 77.1 \angle 30.5^\circ, V;$$

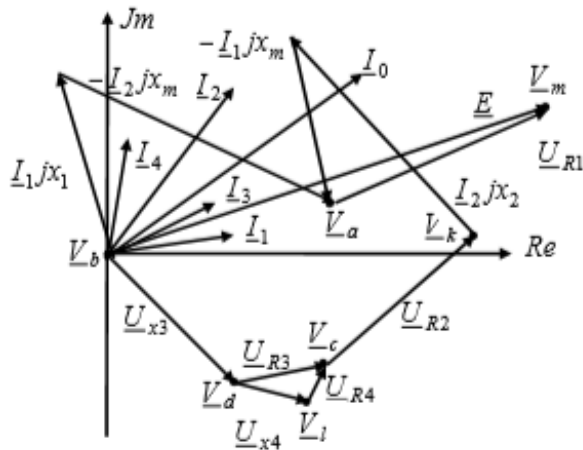
$$\underline{U}_{ld} = -jx_4 \underline{I}_4 = -j20 \cdot 1.67 \angle 91.7^\circ = 33.4 \angle 1.7^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{cl} = R_4 \underline{I}_4 = 10 \cdot 1.67 \angle 91.7^\circ = 16.7 \angle 91.7^\circ, V;$$

$$\underline{U}_{cd} = R_3 \underline{I}_3 = 10 \cdot 3.75 \angle 28.87^\circ = 37.5 \angle 28.87^\circ, V.$$

На рис.2.8 представлені суміщені векторні діаграми струмів і напруг.





### 3. Баланс потужностей.

Повна  $S_S$ , активна  $P_S$ , та реактивна  $Q_S$ , потужності джерела енергії

$$\begin{aligned}\check{S}_S &= \underline{E} \cdot \dot{I}_0 = 220 \angle 30^\circ \cdot 7.71 \angle -31.5^\circ = 1696.2 \angle -1.5^\circ = 1695.62 - j44.4 = \\ &= P_S + jQ_S = S \angle \psi_S; P_S = 1696.2W; Q_S = -44.4 \text{ var}; S_S = 1696.2VA.\end{aligned}$$

Повна  $S_L$ , активна  $P_L$  і реактивна  $Q_L$  потужності навантаження. При розрахунку повної потужності навантаження враховуємо обмін потужностями між магнітно-зв'язаними котушками

$$\check{S}_L = \sum_{k=0}^4 I_k^2 Z_k + \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2};$$

$$\begin{aligned}\check{S}_{m1} &= \underline{U}_{m1} \dot{I}_1 = -\underline{I}_2 jx_m \dot{I}_1 = -4.76 \angle 47.06^\circ \cdot 21.9 \angle 90^\circ \cdot 3.38 \angle -9.17^\circ = \\ &= 352.34 \angle -52.15^\circ = 216.9 - j278.21, VA;\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\check{S}_{m2} &= \underline{U}_{m2} \dot{I}_2 = -\underline{I}_1 jx_m \dot{I}_2 = -3.38 \angle 9.17^\circ \cdot 21.9 \angle 90^\circ \cdot 4.76 \angle -47.06^\circ = \\ &= 352.34 \angle -127.85^\circ = -216.9 - j278.21, VA;\end{aligned}$$

$$\check{S}_L = \sum_{k=0}^4 I_k^2 Z_k + \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2} = R_0 I_0^2 + jx_1 I_1^2 + I_2^2 (R_2 + R_{cd} + jx_2 - jx_3 - jx_{cd}) +$$

$$+ \check{S}_{m1} + \check{S}_{m2} = 20 \cdot 7.71^2 + j30 \cdot 3.38^2 + 4.76^2 (22.5 + j7.5) + 216.9 -$$

$$- j278.21 - 216.9 - j278.2 = 1698.67 - j43.813, VA;$$

$$P_L = 1698.67W; Q_L = 43.813 \text{ var};$$

$$S_L = \sqrt{P_L^2 + Q_L^2} = \sqrt{1698.67^2 + 43.813^2} = 1699.23VA.$$

Похибка розрахунків визначається округленням значень у проведених розрахунках

$$\frac{S_s - S_L}{S_s} 100\% = \frac{1696.2 - 1699.23}{1696.2} 100\% = -0.179\%.$$

4. Аналіз передачі активних потужностей між магнітно-зв'язаними котушками. Перша котушка отримує від джерела енергії активну потужність

$$P_1 = \text{Re}(\underline{U}_{ab} \underline{I}_1) = P_{1m} = 216.19W.$$

Тому, що в першій котушці відсутні теплові втрати, тому вся потужність першої котушки передається через магнітне поле в другу котушку, яка має теплові втрати

$$P_{2h} = I_2^2 R_2 = 4.76^2 \cdot 15 = 338W.$$

Від джерела енергії друга котушка споживає активну потужність

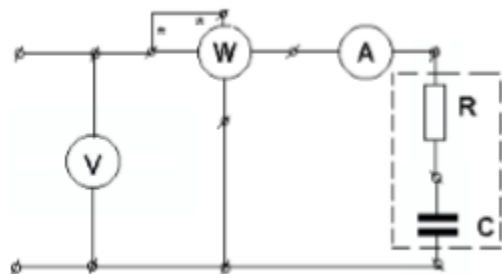
$$\begin{aligned} P_2 &= \text{Re}(\underline{U}_{ac} \underline{I}_2) = \text{Re} \left\{ \underline{I}_2 (R_2 + jX_2) - \underline{I}_1 jX_m \underline{I}_2 \right\} = \\ &= I_2^2 R_2 - I_1 I_2 X_m \sin(\psi_{i1} - \psi_{i2}) = 4.76^2 \cdot 15 - \\ &- 3.38 \cdot 4.76 \cdot 21.9 \sin(9.17^\circ - 47.06^\circ) = 121.9W. \end{aligned}$$

Відсутню активну потужність друга котушка отримує через магнітне поле від першої котушки

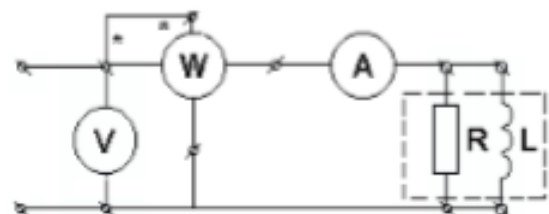
$$P_{m2} = P_2 - P_{2h} = 121.9 - 338 = -216.1W.$$

#### 2.4. Задачі для самоконтролю остаточних знань за розділом кола однофазні кола гармонійного струму

1. Для визначення  $R$  та  $C$  параметрів кола були проведені досліді. При циклічній частоті  $50 \text{ Гц}$  покази вимірювальних приладів  $U=220 \text{ В}$ ;  $I=13 \text{ А}$ ;  $P=19 \text{ Вт}$ . Знайти  $R$  та  $C$  параметри кола



2. В колі при циклічній частоті  $f=50 \text{ Гц}$  покази вимірювальних приладів відомі:  $P=800 \text{ Вт}$ ;  $U=100 \text{ В}$ ;  $I=10 \text{ А}$ . Знайти омичний опір кола  $R$  та індуктивність котушки  $L$

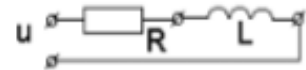


3. Параметри індуктивності  $L$  і омичного опору  $R$  котушки знайдені експериментально. При частоті  $f = 50 \text{ Гц}$  покази приладів:  $P = 40 \text{ Вт}$ ,  $U = 80 \text{ В}$ ,  $I = 2 \text{ А}$ .



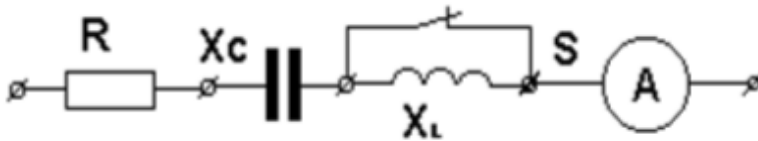
Визначте омичний опір  $R$  і індуктивність котушки  $L$  кола.

4. Відомі миттєві значення вхідних струмів та напруг:  $i = 2 \sin(\omega t + 120^\circ)$ ,  $A$ ;  $u = 100 \sin(\omega t + 75^\circ)$ ,  $V$ . Необхідно визначити активну, реактивну та повну потужності.

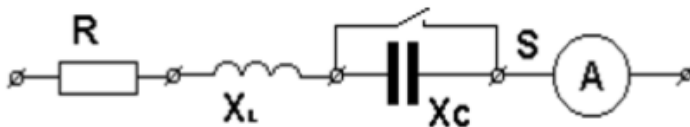


5. Відомі струм  $i = 14.1 \sin(\omega t + 30^\circ)$ ,  $A$  і напругу  $u = 14.1 \sin(\omega t - 60^\circ)$ ,  $V$  двополюсника. Знайдіть активну, реактивну та повну потужності двополюсника.

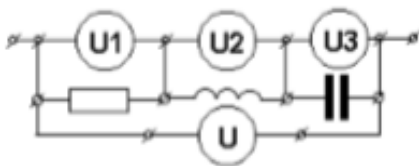
6. В колі гармонійного струму дано:  $R=8 \text{ Ом}$ ,  $x_C = 6 \text{ Ом}$ . Яким повинно бути  $x_L$  щоб покази амперметра не змінилися після замикання ключа  $S$ ?



7. В колі гармонійного струму дано:  $R=8 \text{ Ом}$ ,  $x_L = 6 \text{ Ом}$ . Яким повинно бути  $x_C$  щоб покази амперметра не змінилися після замикання ключа  $S$ ?

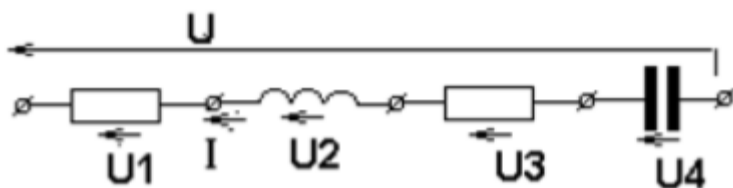


8. У колі гармонійного струму вольтметри  $U_1$ ,  $U_2$ ,  $U_3$  мають однакові вимірювальні показання  $54 \text{ В}$ . Запишіть для прикладеної напруги миттєве значення  $u$ , якщо початкова фаза напруги на котушці  $u_L$  прийнята рівною  $38^\circ$ .

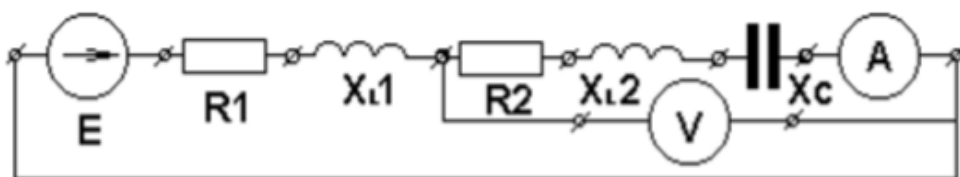


9. Визначити напругу на ємності  $C$  при резонансі в колі з послідовно з'єднаними  $R$ ,  $L$ ,  $C$  елементами, і відомо, що прикладена напруга  $u = 100 \sin \omega t$ , і параметри кола  $C = 50 \text{ мкФ}$ ,  $L = 20 \text{ мГ}$ ,  $R = 20 \text{ Ом}$ .

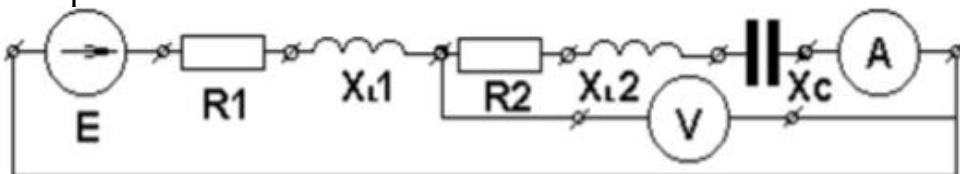
10. Визначте середню потужність  $P$  кола, яка містить послідовно з'єднані  $R, L$  елементи і якщо знаємо, що  $i = (6 + 3\sqrt{2} \sin \omega t), A; R = 4 \text{ Ом}; \omega L = 3 \text{ Ом}$ .
11. Визначити напругу на індуктивності  $L$  при резонансі в колі з послідовно з'єднаними  $R, L, C$  елементами, і відомо, що прикладена напруга  $u = 100 \sin \omega t$ , і параметри кола  $C = 50 \text{ мкФ}, L = 20 \text{ мГ}, R = 20 \text{ Ом}$ .
12. Визначте кутову частоту  $f$  і реактивні опори при резонансі для кола, що має послідовно з'єднані  $R, L, C$  елементи і відомо, що  $R = 10 \text{ Ом}, C = 10 \text{ мкФ}, L = 100 \text{ мГн}$ .
13. Знайти активну потужність  $P$  яка споживається в колі, якщо відомо  $u = (100\sqrt{2} \sin \omega t + 40\sqrt{2} \sin \omega t), B, R=20\Omega, \omega L = 10\Omega$ .
14. Побудуйте векторну діаграму, вважаючи, що відомі струму і падіння напруг діючі значення і їх позитивні напрямки вказані стрілками.



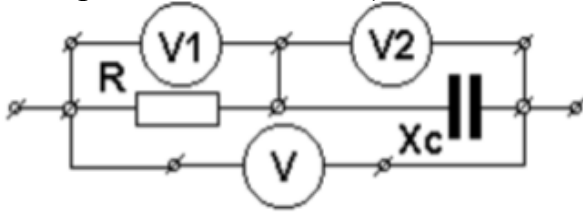
15. На схемі представлено коло гармонійного струму з відомими параметрами:  $E=200 \text{ В}, R1=8.86 \text{ Ом}, x_{L1} = 5 \text{ Ом}, R2 = 10 \text{ Ом}, x_{L2} = 17.32 \text{ Ом}, R3 = 1.34 \text{ Ом}, x_{C2} = 7.32 \text{ Ом}$ . Знайти покази вольметра електромагнітної схеми.



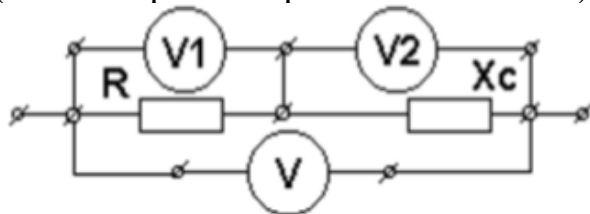
16. На схемі представлено коло гармонійного струму з відомими параметрами:  $E=200 \text{ В}, R1=8.86 \text{ Ом}, x_{L1} = 5 \text{ Ом}, R2 = 10 \text{ Ом}, x_{L2} = 17.32 \text{ Ом}, R3 = 1.34 \text{ Ом}, x_{C2} = 7.32 \text{ Ом}$ . Знайти покази вольметра електромагнітної схеми.



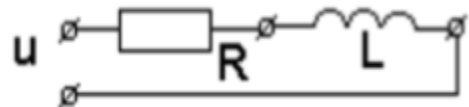
17. Чому дорівнюватимуть покази вольметра  $V$ , який включений в коло гармонійного струму, якщо відомо  $V_1 = 48 \text{ В}$ ,  $V_2 = 57.7 \text{ В}$  (вольтметри електромагнітної схеми).



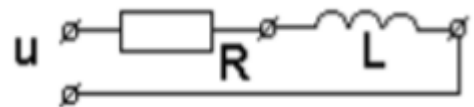
18. Чому дорівнюватимуть покази вольметра  $V$ , який включений в коло гармонійного струму, якщо відомо  $V_1 = 24 \text{ В}$ ,  $R = 16 \text{ Ом}$ ,  $x_c = 12 \text{ Ом}$  (вольтметри електромагнітної схеми).



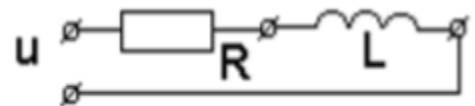
19. Задано коло гармонійного струму та його параметри:  $R=6 \text{ Ом}$ ,  $x_L = 8 \text{ Ом}$ . Знайти миттєві значення струму  $i$  та напруги  $u_L$  на ідеальній котушці, якщо значення прикладеної напруги  $u = 100 \sin(\omega t + 37^\circ)$ . В колі RL елементи з'єднані послідовно.



20. Задано коло гармонійного струму та його параметри:  $R = 32 \text{ Ом}$ ,  $x_L = 24 \text{ Ом}$ . Визначити миттєве значення напруги живлення на вхідних клеммах кола, якщо дано напруге на індуктивності:  $u_L = 240 \sin(\omega t + 150^\circ)$ , В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.



21. Задано коло гармонійного струму та його параметри:  $R = 32 \text{ Ом}$ ,  $x_L = 24 \text{ Ом}$ . Визначити миттєве значення напруги живлення на вхідних клеммах кола, якщо струм в колі заданий як функція часу  $i = 4 \sin(\omega t - 120^\circ)$ , В. У колі RL елементи з'єднані послідовно.



22. Задано коло гармонійного струму с параметрами:  $R = 12 \text{ Ом}$ ,  $x_C = 16 \text{ Ом}$ . У колі RC елементи з'єднані послідовно. Визначити миттєве значення струму в колі, якщо миттєве значення прикладеної напруги змінюється в функції часу відповідно до закону  $u = 240 \sin(\omega t - 23^\circ)$ , В.

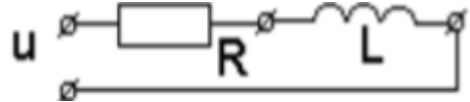
23. У колі з послідовно з'єднаними RC елементами відомо, що  $R = 10 \text{ Ом}$ ,  $C = 318 \text{ мкФ}$ . Напруга на конденсаторі дорівнює  $u_C = 50 \sin 314t$ , В. Визначити миттєве значення напруги живлення на вхідних клеммах кола  $u$ .

24. В колі з послідовно-з'єднаними  $RC$  елементами відомо, що  $R=10\ \Omega$ ,  $C=318\ \mu\text{F}$  та напруга живлення  $u = 71 \sin 314t$ . Визначити миттєве значення напруги  $u_C$  на конденсаторі  $C$ .

25. Покажіть на кресленні еквівалентну схему заміщення кола, вважаючи, що відомі напруга та струм як функції часу:  $u = U_m \sin(\omega t + 30^\circ)$ ,  $B$ ,  $i = I_m \sin(\omega t + 60^\circ)$ ,  $A$ . Знайти кут зсуву фаз  $\phi$  між кривими струму та напруги.

26. У колі з послідовно з'єднаними  $RC$  елементами відомо, що  $R=10\ \text{Ом}$ ,  $C=318\ \text{мкФ}$ , і напруга на конденсаторі  $u_C = 50 \sin 314t$ ,  $B$ . Визначити миттєве значення напруги джерела живлення на вхідних клеммах кола  $u$ .

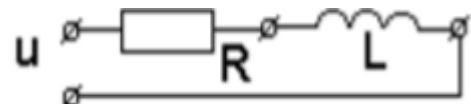
27. Задано коло гармонійного струму і його параметри:  $R = 32\ \text{Ом}$ ,  $x_L = 24\ \text{Ом}$ . Визначити миттєве значення напруги джерела живлення на вхідних клеммах кола, якщо струм в колі заданий функцією часу  $i = 4 \sin(\omega t - 120^\circ)$ ,  $A$ . В колі  $RL$  елементи з'єднані послідовно.



28. Задано коло гармонійного струму і його параметри:  $R = 12\ \text{Ом}$ ,  $x_C = 16\ \text{Ом}$ . У колі  $RC$  елементи з'єднані послідовно. Визначити миттєве значення струму в колі, якщо напруга живлення змінюється в часі відповідно до закону  $u = 240 \sin(\omega t - 23^\circ)$ ,  $B$ .

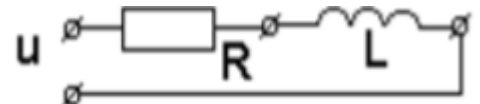
29. Задано коло гармонійного струму і його параметри:  $R = 32\ \text{Ом}$ ,  $x_L = 24\ \text{Ом}$ .

Визначити миттєве значення на вхідних клеммах кола, якщо напруга на індуктивності задана  $u_L = 240 \sin(\omega t + 150^\circ)$ ,  $B$ . У колі  $RL$  елементи з'єднані послідовно



30. Задано коло гармонійного струму і його параметри:  $R = 6\ \Omega$ ,  $x_L = 8\ \Omega$ . Визначити миттєве значення струму  $i$  в колі і напругу

$u_2$  на котушці, якщо значення напруги живлення  $u = 100 \sin(\omega t + 37^\circ)$ ,  $B$ . У колі  $RL$  елементи з'єднані послідовно.



## 2.5. Друге розрахунково-графічне завдання. Аналіз лінійних гармонійних кіл змінного струму

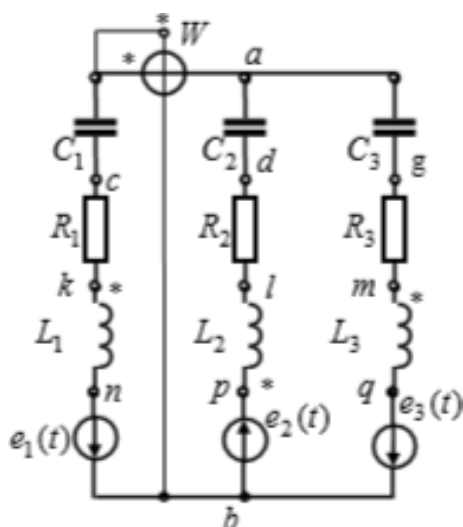


Рис.2.21

**Задача.** Для електричної схеми, яка відповідає номеру варіанта за табл.2.1 і представлена на рис.2.21 необхідно виконати:

1. На підставі законів Кірхгофа скласти в загальному вигляді систему рівнянь для розрахунку значень струму в усіх гілках, записавши рівняння в двох формах: а) для миттєвих значень і б) в символічній формі.
2. Визначте комплексні значення струмів у всіх гілках, скориставшись одним з методів розрахунку лінійних електричних кіл.
3. Розрахувати показання ватметра двома методами: а) за допомогою виразу для комплексів струму і напруги на ватметрі б) через значення модулів струму, напруги на ватметрі і кута зсуву фаз у відповідності з рівнянням  $UI \cos \phi$ . За допомогою векторної діаграми струмів і напруг пояснити визначення кута зсуву фаз  $\phi = \psi_u - \psi_i$ .
4. Згідно з результатами, отриманими на етапі розрахунку 2 скласти рівняння балансу електричних потужностей, де необхідно врахувати режим роботи джерела енергії (споживає потужність схеми або генерує схему).
5. Побудувати в масштабі поєднану векторну діаграму струмів і напруг.
6. Використовуючи результати на другому етапі розрахунку побудувати в масштабі гармоніки струмів гілок у часовій області.
7. Вважаючи, що між двома індуктивними котушками у різних гілках спочатку заданої схеми існує магнітний зв'язок з коефіцієнтом магнітної індукції дорівнює  $M$ , скласти в загальному вигляді систему рівнянь за законами Кірхгофа для розрахунку струмів у всіх гілках схеми, записавши її у двох формах: а) у часовій області і б) в символічній формі.

### Вказівки:

1. Орієнтуючись на раніше прийняті напрямки струмів у вітках, однойменні затискачі індуктивних котушок вибирають самостійно, таким чином, щоб вони були включені зустрічно (зустрічне включення), та позначають ці виводи однаковими мітками (наприклад, потовщеними точками).
2. Якщо у початковій заданій схемі відсутня друга індуктивність, то другу котушку вводять додатково в одну з гілок, яка раніше не містила індуктивність  $L$ .

Таблица 2.1.

№ всп.	f	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	e <sub>i</sub> (ωt)		e <sub>i</sub> (ωt)	
											мФ	мФ	мФ	мкФ
1	50	0	63,8	0	106	∞	∞	0	0	10	141 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	178 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	0	0
2	60	21,2	0	0	∞	132,5	∞	0	0	25	70,5 sin(O <sub>дт</sub> +10°)	0	84,6 cos(O <sub>дт</sub> -30°)	
3	55	0	34,7	0	∞	∞	∞	17	0	0	80 sin(O <sub>дт</sub> +45°)	0	56,6 cos(O <sub>дт</sub> -235°)	
4	70	13,6	0	109,2	32,5	∞	94,6	0	65	0	141 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	282 sin(O <sub>дт</sub> -50°)	0	0
5	50	0	0	132	50	∞	184	0	65	0	141 cos(O <sub>дт</sub> +345°)	116 sin(O <sub>дт</sub> -11°)	0	0
6	90	0	21,2	24,8	∞	∞	35,5	17	0	0	80 sin(O <sub>дт</sub> +40°)	0	56,4 cos(O <sub>дт</sub> -130°)	
7	100	12,7	47,8	0	∞	31,5	∞	0	65	0	70,5 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	56 cos(O <sub>дт</sub> +100°)	0	0
8	60	100,5	0	0	88,5	∞	132,5	0	0	25	70,5 sin(O <sub>дт</sub> -10°)	0	56,6 cos(O <sub>дт</sub> -45°)	
9	150	0	83,2	0	∞	15,8	29,5	0	25	0	113 sin(O <sub>дт</sub> +338°)	56,4 cos(O <sub>дт</sub> -147°)	0	0
10	130	20,8	0	52,7	15,1	∞	64,6	17	0	0	100 sin(O <sub>дт</sub> -35°)	141 cos(O <sub>дт</sub> +270°)	0	0
11	50	0	250	0	31,8	66	∞	0	65	0	70,5 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	0	56,6 cos(O <sub>дт</sub> -235°)	
12	100	0	477	125	∞	4	33	0	0	100	141 cos(O <sub>дт</sub> +270°)	0	141 sin(O <sub>дт</sub> -40°)	
13	100	0	0	159	15,9	∞	∞	100	0	0	0	141 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	178 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	
14	159	100	25	0	∞	8	∞	0	100	0	0	178 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	141 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	
15	175	0	136	0	∞	18,2	9,1	0	0	100	169 sin(O <sub>дт</sub> +180°)	0	169 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	
16	200	120	0	0	16	∞	8	100	0	0	0	141 cos(O <sub>дт</sub> +345°)	116 sin(O <sub>дт</sub> -11°)	
17	500	24	0	0	12,7	5,5	∞	0	100	0	0	141 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	178 cos(O <sub>дт</sub> -90°)	
18	120	0	80	145	∞	∞	44,5	0	0	100	0	141 cos(O <sub>дт</sub> +345°)	116 sin(O <sub>дт</sub> -11°)	
19	40	0	0	1000	20	∞	8	60	0	0	566 cos(O <sub>дт</sub> +270°)	0	705 sin(O <sub>дт</sub> +100°)	
20	160	80	90	0	10	5	∞	0	25	0	141 cos(O <sub>дт</sub> -30°)	0	113 sin(O <sub>дт</sub> +248°)	
21	50	0	63,8	0	106	∞	∞	0	0	70	99 sin(O <sub>дт</sub> +20°)	179 cos(O <sub>дт</sub> +270°)	0	0



Продолжение таблицы 2.1.

№ вар.	f	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	e <sub>1</sub> (ω)		
											B	B	B
22	100	12,7	31,8	0	∞	39,8	∞	0	0	25	70,5cos(O <sub>ant</sub> +270°)	0	80sin(O <sub>ant</sub> -45°)
23	110	0	17,35	0	∞	∞	40,15	17	0	0	113sinO <sub>ant</sub>	0	141cos(O <sub>ant</sub> +175°)
24	70	13,6	0	54,6	32,5	∞	∞	0	65	0	141sinO <sub>ant</sub>	70,5cos(O <sub>ant</sub> +270°)	0
25	200	0	0	26,3	12,5	∞	88,4	0	65	0	200cosO <sub>ant</sub>	0	116sin(O <sub>ant</sub> +45°)
26	180	0	10,6	24,8	∞	∞	13,8	0	0	10	70,5sin(O <sub>ant</sub> +20°)	0	56,6cos(O <sub>ant</sub> -135°)
27	100	12,7	8	0	∞	63,8	∞	0	0	25	141cos(O <sub>ant</sub> +270°)	80sin(O <sub>ant</sub> +40°)	0
28	15	402	0	0	354	∞	530	17	0	0	70,5cos(O <sub>ant</sub> +257°)	56sin(O <sub>ant</sub> -170°)	0
29	300	0	41,9	19,13	∞	7,9	7,4	0	65	0	113sin(O <sub>ant</sub> -22°)	141cos(O <sub>ant</sub> +270°)	0
30	260	10,4	0	26,35	7,55	∞	32,3	0	65	0	0	141sinO <sub>ant</sub>	70,5cos(O <sub>ant</sub> +270°)
31	50	1600	250	0	5,3	66	∞	0	0	10	282sin(O <sub>ant</sub> -135°)	178cos(O <sub>ant</sub> -90°)	0
32	50	0	1600	250	∞	5,3	66	0	0	25	0	141sin(O <sub>ant</sub> -300°)	84,6cos(O <sub>ant</sub> -30°)
33	100	0	0	318	15,9	∞	15,9	17	0	0	60sin(O <sub>ant</sub> +315°)	0	56,6cos(O <sub>ant</sub> -235°)
34	100	159	39,8	0	∞	12,7	∞	0	65	0	169cos(O <sub>ant</sub> -90°)	282sin(O <sub>ant</sub> -50°)	0
35	350	0	68	0	∞	9,1	4,55	0	65	0	169sin(O <sub>ant</sub> +180°)	116cos(O <sub>ant</sub> -11°)	0
36	400	60	0	0	8	∞	4	17	0	0	141sin(O <sub>ant</sub> +315°)	56,4cos(O <sub>ant</sub> -130°)	
37	500	16	0	0	∞	5,5	∞	0	65	0	0	56cos(O <sub>ant</sub> +100°)	60sin(O <sub>ant</sub> +315°)
38	30	0	320	580	∞	∞	178	0	0	25	566cos(O <sub>ant</sub> -90°)	0	70,5sin(O <sub>ant</sub> -45°)
39	80	0	49,75	500	10	79,6	4	0	25	0	141sin(O <sub>ant</sub> -300°)	56,4cos(O <sub>ant</sub> -147°)	0

Продолжение таблицы 2.1.

№ вар.	f	L <sub>1</sub>	L <sub>2</sub>	L <sub>3</sub>	C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	e <sub>i</sub> (ω <sub>t</sub> )		
											B	B	B
40	40	320	360	0	40	20	∞	17	0	0	99sin(Ω <sub>шт</sub> -340°)	141cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0
41	50	0	127,6	0	106	159	∞	0	65	0	70,5cos(Ω <sub>шт</sub> -90°)	0	56,6 sin(Ω <sub>шт</sub> -235°)
42	60	21,2	39,8	0	∞	75,6	∞	0	0	100	113sinΩ <sub>шт</sub>	0	141cos(Ω <sub>шт</sub> -40°)
43	55	0	34,7	0	∞	∞	80,3	100	0	0	141cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	141 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0
44	140	6,8	0	54,6	16,25	∞	47,3	0	100	0	141sin(Ω <sub>шт</sub> +75°)	178cos(Ω <sub>шт</sub> -90°)	0
45	200	0	0	26,3	12,5	∞	88,4	0	0	100	70,5sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0	169cos(Ω <sub>шт</sub> -90°)
46	90	0	21,2	49,6	∞	∞	27,6	100	0	0	70,5cos(Ω <sub>шт</sub> -103°)	0	116sin(Ω <sub>шт</sub> -11°)
47	200	6,35	4	0	∞	31,9	∞	0	100	0	60sin(Ω <sub>шт</sub> +315°)	0	178cos(Ω <sub>шт</sub> -90°)
48	15	402	0	228	354	∞	265	0	0	100	0	141cos(Ω <sub>шт</sub> +345°)	116sin(Ω <sub>шт</sub> -11°)
49	300	0	41,9	0	∞	7,9	14,7	60	0	0	141cos(Ω <sub>шт</sub> -90°)	0	705 sin(Ω <sub>шт</sub> +100°)
50	130	20,8	0	52,7	15,1	∞	64,6	0	25	0	56 cos(Ω <sub>шт</sub> +40°)	0	113sin(Ω <sub>шт</sub> +248°)
51	30	1060	413	0	17,6	110	∞	0	0	70	179cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	179cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	169sin(Ω <sub>шт</sub> -180°)
52	120	0	662	103	∞	2,21	27,6	0	0	25	169sin(Ω <sub>шт</sub> -90°)	0	80cos(Ω <sub>шт</sub> -45°)
53	50	0	0	318	31,8	∞	∞	17	0	0	169sin(Ω <sub>шт</sub> +45°)	169sin(Ω <sub>шт</sub> +45°)	141cos(Ω <sub>шт</sub> +175°)
54	159	100	25	0	∞	8	∞	0	65	0	169sin(Ω <sub>шт</sub> -90°)	70,5cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0
55	175	0	136	0	∞	18,2	9,1	0	65	0	0	169sin(Ω <sub>шт</sub> +40°)	116sin(Ω <sub>шт</sub> +45°)
56	400	60	0	40	8	∞	2	0	0	10	0	70,5cos(Ω <sub>шт</sub> -135°)	56,6 cos(Ω <sub>шт</sub> -135°)
57	250	48	0	0	25,4	11	∞	0	0	25	0	80sin(Ω <sub>шт</sub> +40°)	141cos(Ω <sub>шт</sub> -135°)
58	60	0	160	290	∞	∞	89	17	0	0	620sin(Ω <sub>шт</sub> +54°)	56cos(Ω <sub>шт</sub> -170°)	0
59	80	0	0	500	10	∞	∞	0	65	0	141sin(Ω <sub>шт</sub> -300°)	141cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0
60	160	80	90	69,75	10	5	14,2	0	0	10	0	141sinΩ <sub>шт</sub>	70,5cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)

Продолжение таблицы 2.1.

№ вар.	f	Гн	L <sub>1</sub>			L <sub>2</sub>			L <sub>3</sub>			C <sub>1</sub>		C <sub>2</sub>		C <sub>3</sub>		R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	e <sub>1</sub> (ω <sub>1</sub> )	e <sub>2</sub> (ω <sub>2</sub> )		e <sub>3</sub> (ω <sub>3</sub> )
			мл	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ	мГ					мГ	мГ	
61	60	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	53	0	101 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	178 cos(Ω <sub>дт</sub> -90°)	0	
62	60	21,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	100 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	0	84,6 cos(Ω <sub>дт</sub> -30°)	
63	55	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	69,4	0	70,5 sin(Ω <sub>дт</sub> +10°)	0	56,6 cos(Ω <sub>дт</sub> -235°)	
64	140	6,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80 sin(Ω <sub>дт</sub> +45°)	282 cos(Ω <sub>дт</sub> -50°)	0	
65	100	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	141 cos(Ω <sub>дт</sub> +90°)	116 sin(Ω <sub>дт</sub> -11°)	0	
66	80	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	23,7	0	141 cos(Ω <sub>дт</sub> +345°)	141 sin(Ω <sub>дт</sub> +315°)	0	
67	100	12,7	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	80 sin(Ω <sub>дт</sub> +40°)	56 cos(Ω <sub>дт</sub> +100°)	0	
68	60	100,5	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	25	70,5 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	0	70,5 cos(Ω <sub>дт</sub> -45°)		
69	75	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	167,6	0	70,5 sin(Ω <sub>дт</sub> -10°)	56,4 cos(Ω <sub>дт</sub> -147°)	0	
70	130	20,8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	113 sin(Ω <sub>дт</sub> +338°)	141 cos(Ω <sub>дт</sub> +270°)	0	
71	50	159	250	0	250	0	250	0	250	0	250	0	250	0	250	0	250	0	250	0	100 sin(Ω <sub>дт</sub> -35°)	0	56,6 cos(Ω <sub>дт</sub> -235°)	
72	50	0	318	0	318	0	318	0	318	0	318	0	318	0	318	0	318	0	318	0	70,5 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	0	141 cos(Ω <sub>дт</sub> -40°)	
73	50	0	0	636	0	636	0	636	0	636	0	636	0	636	0	636	0	636	0	0	141 cos(Ω <sub>дт</sub> +270°)	141 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	0	
74	318	50	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	12,5	0	141 sin(Ω <sub>дт</sub> +20°)	178 cos(Ω <sub>дт</sub> -90°)	80 sin(Ω <sub>дт</sub> +135°)	
75	350	0	68	0	68	0	68	0	68	0	68	0	68	0	68	0	68	0	68	0	0	80 sin(Ω <sub>дт</sub> +45°)	169 cos(Ω <sub>дт</sub> -90°)	
76	200	120	0	80	0	80	0	80	0	80	0	80	0	80	0	80	0	80	0	0	169 sin(Ω <sub>дт</sub> +180°)	0	116 cos(Ω <sub>дт</sub> -11°)	
77	500	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	80 sin(Ω <sub>дт</sub> +90°)	178 cos(Ω <sub>дт</sub> -90°)	0	
78	30	318,4	320	580	0	580	0	580	0	580	0	580	0	580	0	580	0	580	0	100	141 cos(Ω <sub>дт</sub> +345°)	141 sin(Ω <sub>дт</sub> -11°)	116 sin(Ω <sub>дт</sub> -11°)	
79	20	0	199	2000	0	2000	0	2000	0	2000	0	2000	0	2000	0	2000	0	2000	0	0	56,4 cos(Ω <sub>дт</sub> -147°)	70,5 sin(Ω <sub>дт</sub> +100°)	0	
80	20	320	360	279	0	279	0	279	0	279	0	279	0	279	0	279	0	279	0	0	566 cos(Ω <sub>дт</sub> +270°)	0	113 sin(Ω <sub>дт</sub> +248°)	
81	100	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	47,8	0	141 cos(Ω <sub>дт</sub> -30°)	0	169 sin(Ω <sub>дт</sub> -180°)	

Продолжение таблицы 2.1.

№ п/п	f	L <sub>1</sub>			L <sub>2</sub>			L <sub>3</sub>			C <sub>1</sub>	C <sub>2</sub>	C <sub>3</sub>	R <sub>1</sub>	R <sub>2</sub>	R <sub>3</sub>	e <sub>1</sub> (ω <sub>1</sub> )	e <sub>2</sub> (ω <sub>2</sub> )	e <sub>3</sub> (ω <sub>3</sub> )
		Γ <sub>1</sub>	МГ	МГ	МГ	МГ	МГ	МГ	МКФ	МКФ									
82	150	8,46	0	0	0	0	0	∞	53,2	∞	∞	0	0	0	25	99 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0	80 cos(Ω <sub>шт</sub> -45°)	
83	110	0	0	34,7	0	0	∞	120,3	40,15	∞	17	0	0	0	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	169 sin(Ω <sub>шт</sub> +45°)	0	
84	70	13,6	0	0	54,6	32,5	∞	∞	∞	∞	0	65	0	0	0	113 sin Ω <sub>шт</sub>	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0	
85	200	0	0	38,2	12,5	∞	33,2	0	65	0	0	10	0	0	0	141 sin Ω <sub>шт</sub>	169 cos(Ω <sub>шт</sub> +40°)	0	
86	90	0	21,2	24,8	∞	∞	35,5	0	0	10	0	0	0	0	0	200 cos Ω <sub>шт</sub>	70,5 sin(Ω <sub>шт</sub> -135°)	0	
87	200	6,35	23,9	0	∞	15,9	∞	0	0	25	0	0	0	0	0	70,5 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0	141 cos(Ω <sub>шт</sub> -135°)	
88	30	201	0	0	177	∞	265	17	0	0	0	0	0	0	0	141 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	56 sin(Ω <sub>шт</sub> -170°)	0	
89	75	0	167,6	0	∞	31,6	59	0	65	0	0	0	0	0	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +257°)	141 sin(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0	
90	260	10,4	0	14,7	7,55	∞	∞	0	0	10	0	0	0	0	0	113 sin(Ω <sub>шт</sub> -22°)	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	
91	100	318	125	0	5,3	33	∞	0	20	0	0	0	0	0	0	141 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0	169 cos(Ω <sub>шт</sub> -180°)	
92	50	0	1600	250	∞	5,3	66	100	0	0	0	0	0	0	0	169 sin(Ω <sub>шт</sub> +180°)	0	80 cos(Ω <sub>шт</sub> -45°)	
93	100	0	0	159	15,9	∞	∞	0	100	0	0	0	0	0	0	0	169 sin(Ω <sub>шт</sub> +45°)	56,4 cos(Ω <sub>шт</sub> -147°)	
94	100	159	39,8	0	∞	12,7	∞	0	0	100	0	0	0	0	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	99 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	0	
95	100	0	238	0	∞	31,8	15,9	100	0	0	0	0	0	0	0	169 cos(Ω <sub>шт</sub> +40°)	141 sin(Ω <sub>шт</sub> +60°)	0	
96	400	60	0	40	8	∞	2	100	0	0	0	0	0	0	0	566 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	70,5 sin(Ω <sub>шт</sub> -135°)	0	
97	250	32	0	0	∞	11	∞	0	0	100	0	0	0	0	0	141 cos(Ω <sub>шт</sub> -30°)	0	141 sin(Ω <sub>шт</sub> -135°)	
98	120	79,6	80	145	22,1	∞	44,5	60	0	0	0	0	0	0	0	99 sin(Ω <sub>шт</sub> +20°)	56 cos(Ω <sub>шт</sub> -170°)	0	
99	20	0	0	2000	40	∞	16	0	25	0	0	0	0	0	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	141 sin(Ω <sub>шт</sub> +270°)	0	
00	80	160	180	0	20	10	∞	0	0	70	0	0	0	0	0	113 sin Ω <sub>шт</sub>	0	70,5 cos(Ω <sub>шт</sub> +270°)	

## Додатки.

### Додаток А. Система одиниць

Більшість кількісних одиниць, які зазвичай використовується в електротехніці (вольт, ампер, ват, ом, і т. д.) виражені в метричній системі. Вони втілені в міжнародній системі одиниць (*Systeme International d Unites, скорочено SI*). Одиниці системи Сі використовуються в цих методичних вказівках, відповідно до встановленої практики електричних інженерних публікацій всюди в світі. Інші одиниці, особливо CGS (сантиметр-грам-секунда) одиниці, можуть використовуватися в джерелах більш ранньої літератури.

Система одиниць СІ ґрунтується на системі МКСА (метр-кілограммсекунда-ампер). Вона була прийнята як світова стандартна форма, у тому числі і Міжнародним Електротехнічним Комітетом (МЕК), стандартна форма інституту інженерів електротехніки та електроніки (ІЕЕ). Метрична система (зараз СІ) була узаконена в 1866 році, є єдиною узаконеною системою вимірювання, але інші системи також правомочні.

Інші англomовні країни прийняли систему одиниць СІ в 1960-х, 1970-х роках.

Прекрасна книга "Міжнародна система одиниць" (видавництво Харківського університету, 1973), є всебічним джерелом вивчення і навчання метричній системі одиниць (СІ).

Сім величин були прийняті Генеральною Конференцією з Ваг і Мір (CGPM) як основні величини, тобто величини, які не виходять з інших величин. Цими основними величинами є величини довжини, маси, часу, електричного струму, термодинамічної температури, кількості речовини і сили світла. В таблиці А.1 перераховуються ці величини, для кожної наводиться назва в системі СІ і стандартний символ запису яким кожна виражається в Міжнародній системі (СІ).

Таблиця А.1 Основні одиниці системи СІ

Величина	основна одиниця	Символ
Довжина	метр	м
Маса	кілограм	кг
Час	секунда	с
Електричний струм	ампер	А
Термодинамічна температура	кельвін	К
Кількість речовини	моль	Мол
Сила світла	кандела	кд

Одиниці основних величин були визначені CGPM наступним чином:  
*метр* – це довжина, що дорівнює 1 650 763.73 довжині хвилі випромінювання у вакуумі, відповідного переходу між рівнями 2p<sub>10</sub> та 5d<sub>5</sub> атома криптону (CGPM);

*кілограм* – одиниця маси; дорівнює масі міжнародного прототипу кілограма (CGPM). Примітка: прототипом є платиново-іридієвий циліндр, який

зберігається біля Парижа в Міжнародному Бюро Вагів і Мір. Кілограм приблизно дорівнює масі 1000 кубічних сантиметрів води при температурі її максимальної щільності;

*секунда* – тривалість 9 192 631 770 періодів випромінювання, відповідного переходу між двома надтонким рівнями основного стану атома цезію 133 (CGPM);

*ампер* – сила незмінного струму, який, будучи підтримуваним у двох паралельних прямолінійних провідниках нескінченної довжини і мізерно малого кругового перерізу, розташованих на відстані 1 м один від одного у вакуумі, викликає би між цими провідниками силу, рівну  $2 \cdot 10^{-7}$  ньютонів на 1 м довжини (CGPM);

*кельвін* – одиниця термодинамічної температури, дорівнює  $1/273.16$  частині термодинамічної температури потрійної точки води (CGPM). Примітка: нуль за шкалою Цельсія (точка замерзання води) визначена як 0.01 К нижче потрійної точки, тобто 273.15 К;

*моль* – кількість речовини системи, що містить стільки ж структурних елементів, скільки міститься атомів у 0.012 кілограмах в нукліді карбон 12 (CGPM).

Примітка: при використанні моля структурні елементи повинні бути визначені. Вони можуть бути атомами, молекулами, іонами, електронами, іншими частками, або визначені групами частинок;

*кандела* – інтенсивність світла в даному напрямі джерела, що випускає монохромне випромінювання частотою  $540 \cdot 10^{12}$  Гц і який має світлову потужність в цьому напрямку  $1/683$  Вт на стерadian (CGPM). Примітка: до 1 січня 1948 загальноприйнятою одиницею сили світла була міжнародна свічка. Відмінність між канделою і міжнародної свічкою настільки мала, що тільки при вимірах з високою точністю вона проявляється.

Радіан і стерadian являються двома додатковими величинами в системі SI, які є похідними безрозмірними одиницями для плоского і тілесного кутів:

*радіан* – плоский кут між двома радіусами кола, який вирізає з кола дугу, довжина якої дорівнює радіусу (CGPM);

*стерadian* – тілесний кут з вершиною в центрі сфери, який вирізає на поверхні площу, що дорівнює площі квадрата зі стороною, по довжині дорівнює радіусу сфери (CGPM).

Всі одиниці в системі SI можуть мати стандартні префікси, які множать на вказане число множителем 10. В таблиці А.2 перераховуються стандартні префікси і їх символи. Істотна частина великого діапазону (1036) перекривається цими префіксами і широко вживається в електротехніці (наприклад: гігават, гігагерц, наносекунда і пикофарада).

Таблиця А.2 Кратні одиниці в СІ системі

Кратність	Префікс	Символ	Дольність	Префікс	Символ
$10^{18}$	екза	$E(E)$	$10^{-1}$	деци	$d(\delta)$
$10^{15}$	пета	$P(\Pi)$	$10^{-2}$	санти	$c(cm)$
$10^{12}$	тера	$T(T)$	$10^{-3}$	мілі	$m(m)$
$10^9$	гіга	$G(\Gamma)$	$10^{-6}$	мікро	$\mu(\mu k)$
$10^6$	мега	$M(M)$	$10^{-9}$	нано	$n(n)$
$10^3$	кіло	$k(k)$	$10^{-12}$	піко	$p(p)$
$10^2$	гекто	$h(z)$	$10^{-15}$	фемто	$f(\phi)$
$10^1$	дека	$da(\delta a)$	$10^{-18}$	атто	$a(a)$

Похідні одиниці в системі СІ.

Більшість величин і одиниць, які використовуються в електротехніці, потрапляють в категорію похідних одиниць системи СІ, тобто, одиниці, які можуть бути визначені через основні вираження додаткових одиниць, описаних вище. У таблиці А.3 перераховані основні електротехнічні величини системи СІ і показано їх визначення через основні і додаткові одиниці:

*герц* - одиниця частоти, при якій в 1 секунду здійснюється одне повне коливання або один цикл;

*ньютон* - сила, що надає тілу масою 1 кг прискорення  $1 \text{ м/с}^2$  у напрямку дії сили;

*паскаль* - тиск, що створюється силою в 1 ньютон, рівномірно розподіленим на  $1 \text{ м}^2$ ;

*джоуль* - робота, створена в 1 ньютон при переміщенні точки прикладання цієї сили на 1 метр за її напрямком;

*кулон* - кількість електрики, що протікає крізь поперечний переріз провідника протягом 1 сек при незмінному струмі в 1 А;

*вольт* - різниця потенціалів між двома точками провідника, що викликає в електричному колі постійний струм силою в 1 А при потужності 1 Вт;

*фарад* - ємність провідника, потенціал якого підвищується на 1 вольт при передачі йому заряду в 1 кулон;

*ом* - опір провідника, між кінцями якого при силі струму в 1 ампер виникає напруга 1 вольт;

*сіменс (мо)* - провідність провідника, між кінцями якого при напрузі 1 вольт виникає сила струму в 1 ампер;

*вебер* - магнітний потік, при убуванні якого до нуля в зчепленому з ним контурі опором 1 Ом проходить кількість електрики 1 кулон;

Таблиця А.3

Величина	СІ розмірність			
	Найменування	Позначення	Вираз через величини інших одиниць	Вираз через величини основних одиниць СІ
Частота (період події)	герц	гц	$1/c$	$c^{-1}$
Сила	ньютон	н		$m \cdot kg \cdot s^{-2}$
Стиснення, тиск	паскаль	Па	$н/м^2$	$m^{-1} \cdot kg \cdot s^{-2}$
Енергія, робота, кількість тепла	джоуль	Дж	$нм$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2}$
Потужність, потік випромінювання	ватт	вт	$J/c$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3}$
Кількість електрики, електричний заряд	кулон	Кл	$A \cdot c$	$s \cdot A$
Різниця електричних потенціалів, електрорушійна сила	вольт	В	$Вм/А$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} A^{-1}$
Електрична ємність	фарад	Ф	$Кл/В$	$m^{-2} kg^{-1} s^4 A^2$
Електричний опір	Ом	Ом	$В/А$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-3} A^{-2}$
Провідність	сименс	См	$А/В$	$m^{-2} kg^{-1} s^3 A^2$
Магнітний потік	вебер	Вб	$В \cdot c$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} A^{-1}$
Магнітна індукція	тесла	Т	$Вб/м^2$	$kg \cdot s^{-1} A^{-1}$
Температура Цельсія	градус	°С	$К$	
Індуктивність	генрі	Г	$Вб/А$	$m^2 \cdot kg \cdot s^{-2} A^{-2}$
Освітленість	люкс	лк	$лк$	$m^{-2} cd \cdot sr$
Активність (радіонуклідів)	беркель	Бк	$1/c$	$s^{-1}$
Поглинена доза	грей	Гр.	$Дж/кг$	$m^2 s^{-2}$
Еквівалентна доза	зіверт	Зв	$Дж/кг$	$m^2 s^{-2}$



*тесла* - магнітна індукція, при якій через поперечний переріз  $1 \text{ м}^2$  проходить магнітний потік  $1 \text{ вб}$ ;

*Генрі* - індуктивність контуру, який при силі постійного струму в ньому  $1 \text{ А}$  збуджує магнітний потік  $1 \text{ вб}$ .

### Додаток В. Рішення систем рівнянь з використанням правила Крамера.

При аналізі кіл часто зустрічаємося з системами рівнянь виду

$$\begin{aligned} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n &= b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n &= b_2 \\ \dots & \\ a_{n1}x_1 + a_{n2}x_2 + \dots + a_{nn}x_n &= b_n \end{aligned} \quad (\text{В.1})$$

де  $n$  невідомі  $x_1, x_2, \dots, x_n$  підлягають визначенню. Систему рівнянь (В.1) можна записати в матричній формі як

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{В.2})$$

Це матричне рівняння можна записати в компактній формі

$$\mathbf{AX} = \mathbf{B} \quad (\text{В.3})$$

де

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ \dots \\ x_n \end{bmatrix} \quad \mathbf{B} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \dots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (\text{В.4})$$

$\mathbf{A}$  квадратна ( $n \cdot n$ ) матриця, тоді як  $\mathbf{X}$  і  $\mathbf{B}$  стовпці-матриці.

Існують кілька методів для вирішення системи рівнянь (В.1) або (В.3). До них відносяться заміна, виключення Гаусса, правило Крамера, і чисельні рішення. У багатьох випадках аналізу кіл застосовують правило Крамера для розв'язання систем рівнянь. Правило Крамера засноване на тому, що рішенням рівнянь (В.1) або (В.3) є:

$$x_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta}; x_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta}; \dots; x_n = \frac{\Delta_n}{\Delta}; \quad (\text{В.5})$$

де  $\Delta$  - визначники, задані

$$\Delta = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}; \Delta_1 = \begin{bmatrix} b_1 & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ b_2 & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_n & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix}; \dots \Delta_n = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & b_2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & b_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.6})$$

Відзначимо, що  $\Delta$  визначник матриці  $\mathbf{A}$  і  $\Delta_k$  визначник матриці, утворений заміною  $k$ -того стовпця  $\mathbf{A}$  стовпцем  $\mathbf{B}$ . Очевидно з рівнянь (B.5) що правило Крамера застосовується, коли  $\Delta \neq 0$ . Коли  $\Delta = 0$ , система рівнянь не має однозначної відповіді, оскільки рівняння лінійно залежні.

Рішення визначника  $\Delta$ , наприклад, може бути отримано шляхом розкриття по першому рядку

$$\Delta = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & a_{n2} & \dots & a_{nn} \end{bmatrix} = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} - \dots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n} \quad (\text{B.7})$$

де мінор  $M_{ij}$  з розмірністю  $(n - 1) \times (n - 1)$  визначник матриці утворюється шляхом видалення  $i$ -го рядка і  $j$ -ого стовпця. Значення  $\Delta$  може бути також отримано шляхом розкриття по першому стовпцю:

$$\Delta = a_{11}M_{11} - a_{12}M_{12} + a_{13}M_{13} - \dots + (-1)^{1+n}a_{1n}M_{1n} \quad (\text{B.8})$$

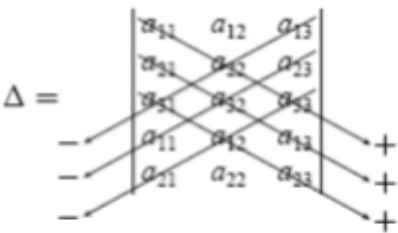
Наведемо розрахункові формули для обчислення визначників стосовно до матриць розмірністю  $2 \times 2$  і  $3 \times 3$ , так як вони часто застосовуються. Для  $2 \times 2$  матриці,

$$\Delta = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21} \quad (\text{B.9})$$

Для  $3 \times 3$  матриці

$$\begin{aligned} \Delta &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} = a_{11}(-1)^2 \begin{bmatrix} a_{22} & a_{23} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + a_{12}(-1)^3 \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} + a_{13}(-1)^4 \begin{bmatrix} a_{12} & a_{13} \\ a_{22} & a_{23} \end{bmatrix} = \\ &= a_{11}(a_{22}a_{33} - a_{32}a_{23}) - a_{12}(a_{12}a_{33} - a_{32}a_{13}) + a_{13}(a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}) \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Іншим методом отримання визначника матриці розмірністю  $3 \times 3$  це повторення перших двох рядків і множення виразів по діагоналі таким чином



$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \\ a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}a_{33} + a_{21}a_{32}a_{13} + a_{31}a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}a_{31} - a_{23}a_{32}a_{11} - a_{33}a_{12}a_{21} \quad (\text{B.11})$$

В результаті рішення системи лінійних рівнянь за правилом Крамера зводиться до знаходження

$$x_k = \Delta_k / \Delta, \quad k = 1, 2, \dots, n \quad (\text{B.12})$$

де  $\Delta$  визначник матриці  $\mathbf{A}$  і  $\Delta_k$  визначник матриці, утворений заміною  $k$ -го стовпця матриці  $\mathbf{A}$  стовпцем  $\mathbf{B}$ .

Можливо вам не буде потрібно застосування методу Крамера, описаного в цьому додатку, зважаючи на наявність калькуляторів, комп'ютерів, і пакетів програмного забезпечення, таких як Matlab, які легко можуть бути використані для вирішення систем рівнянь. Але в разі, коли необхідно вирішити систему рівнянь в ручну, матеріал, наведений в цьому додатку буде корисний. У будь-якому випадку важливо знати математичну основу калькуляторів і пакетів програмного забезпечення.

Можна використовувати інші методи, такі, як перестановка матриць і виключення. Тільки метод Крамера показаний тут через його простоти, а також через наявність потужного алгоритму обчислення.

### Додаток С. Комплексні числа.

Використання комплексних чисел дуже зручно при аналізі кіл і взагалі в електротехніці. Комплексні числа особливо зручні при аналізі кіл змінного струму. Хоча калькулятори і пакети програмного забезпечення зараз дозволяють маніпулювати з комплексними числами, все ще доцільно для студента отримати навички використання їх в ручну.

#### С.1 Представлення комплексних чисел.

Комплексне число  $z$  може бути записано в *прямокутній формі* як

$$z = x + jy \quad (\text{C.1})$$

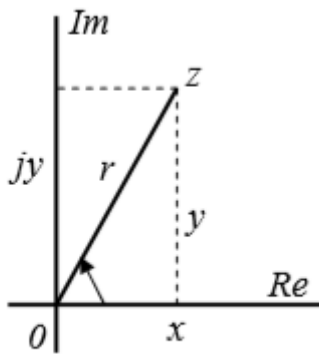
де  $j = \sqrt{-1}$ ;  $x$  – дійсна частина  $z$  тоді як  $y$  – уявна частина  $z$ , тобто,

$$x = \text{Re}(z), y = \text{Im}(z) \quad (\text{C.2})$$

Комплексне число  $z$  може бути показане графічно на комплексній площині, рис.

С.1. Так як  $j = \sqrt{-1}$ ,

$$1/j = -j; j^2 = -1; j^3 = j^2 j = -j; j^4 = j^2 j^2 = 1; j^5 = j^4 j = j; \dots; j^{n+4} = j^n \quad (\text{C.3})$$



Комплексна площина представляє собою двомірний координатний простір.

Іншою формою представлення комплексного числа  $z$  це визначення його величини  $r$  і кута  $\theta$  проводиться щодо дійсної осі. Що відомо як *полярна форма*, яка задається як

$$z = |z| \angle \theta = r \angle \theta \quad (\text{C.4})$$

де

Рис. С.1

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}; \theta = \arctg(y/x) = \text{tg}^{-1}(y/x) \quad (\text{C.5a})$$

або

$$x = r \cos \theta, y = r \sin \theta \quad (\text{C.5b})$$

тобто

$$z = x + jy = r \angle \theta = r \cos \theta + jr \sin \theta \quad (\text{C.6})$$

При перетворенні від прямокутної до полярної форми використовуючи рівняння. (С.5), необхідно правильно визначити кут  $\theta$ . Можливі чотири випадки:

$$\begin{aligned} z = x + jy, \theta &= \text{tg}^{-1}(y/x) \text{ (1-ий квадрант)} \\ z = -x + jy, \theta &= 180^\circ - \text{tg}^{-1}(y/x) \text{ (2-ой квадрант)} \\ z = -x - jy, \theta &= 180^\circ + \text{tg}^{-1}(y/x) \text{ (3-ий квадрант)} \\ z = x - jy, \theta &= 360^\circ - \text{tg}^{-1}(y/x) \text{ (4-ий квадрант)} \end{aligned} \quad (\text{C.7})$$

вважаючи, що  $x$  і  $y$  позитивні.

Третя форма  $z$  це *експоненціальна форма*:

$$z = r e^{j\theta} \quad (\text{C.8})$$

Це те саме, що і полярна форма, тому, що використовується така ж величина  $r$  і кут  $\theta$ .

В експоненціальній формі,  $z = re^{j\theta}$ , таким чином,  $dz/d\theta = jre^{j\theta} = jz$ .  
 Три форми комплексного числа підсумовуються наступним чином:  
 $z = x + jy$ , ( $x = r \cos \theta$ ,  $y = r \sin \theta$ ) – прямокутна форма  
 $z = r \angle \theta$ , ( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\theta = \arctg(y/x) = \text{tg}^{-1}(y/x)$ ) - полярна форма (С.9)  
 $z = re^{j\theta}$ , ( $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ;  $\theta = \arctg(y/x) = \text{tg}^{-1}(y/x)$ ) – експоненціальна форма

Перші дві форми пов'язані рівняннями. (С.5) і (С.6). У розділі D.2 отримана формула Ейлера, яка доводить, що третя форма також еквівалентна першим двом.

### С.2 Математичні операції.

Два комплексних числа  $z_1 = x_1 + jy_1$  та  $z_2 = x_2 + jy_2$  рівні, якщо їх дійсні та уявні частини рівні

$$x_1 = x_2, y_1 = y_2 \quad (\text{С.10})$$

Використано позначення звичайним шрифтом для комплексних чисел - так як вони не час і не частотно залежні, тоді як для обертових векторів використано напівжирне позначення.

*Комплексно поєднане* значення від комплексного числа  $z = x + jy \in$

$$z^* = x - jy = r \angle -\theta = re^{-j\theta} \quad (\text{С.11})$$

Таким чином комплексно поєднане значення від комплексного числа знаходиться заміною кожного  $j$  на  $-j$ .

Задано два комплексних числа  $z_1 = x_1 + jy_1 = r_1 \angle \theta_1$  та  $z_2 = x_2 + jy_2 = r_2 \angle \theta_2$ , їхня сума

$$z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + j(y_1 + y_2) \quad (\text{С.12})$$

та їхня різниця

$$z_1 - z_2 = (x_1 - x_2) + j(y_1 - y_2). \quad (\text{С.13})$$

У той час, коли зручно виконувати додавання і віднімання комплексних чисел в прямокутній формі, то множення і відношення двох комплексних чисел краще робити в полярній або експоненціальній формах. Для їх множення

$$z_1 z_2 = r_1 r_2 \angle \theta_1 + \theta_2 \quad (\text{С.14})$$

Або використовуючи прямокутну форму,

$$z_1 z_2 = (x_1 + jy_1)(x_2 + jy_2) = (x_1 x_2 - y_1 y_2) + j(x_1 y_2 + y_1 x_2) \quad (\text{С.15})$$

Для їхнього відношення,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{r_1}{r_2} \angle \theta_1 - \theta_2 \quad (\text{C.16})$$

Або використовуючи прямокутну форму,

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{x_1 + jy_1}{x_2 + jy_2} \quad (\text{C.17})$$

Приводимо до раціонального вигляду знаменник, помножуючи і чисельник і знаменник на  $z_2^*$ .

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{(x_1 + jy_1)(x_2 - jy_2)}{(x_2 + jy_2)(x_2 - jy_2)} = \frac{x_1x_2 + y_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} + j \frac{y_1x_2 - x_1y_2}{x_2^2 + y_2^2} \quad (\text{C.18})$$

#### **Додаток D. Розрахунок комплексних значень параметрів кола змінного струму з використанням можливостей мікрокалькулятора "SCIENTIFIC CALCULATOR".**

Якщо калькулятор оснащений програмою перетворення комплексних чисел «CPLX», то він виконує дії над комплексними числами за допомогою пакету програмного забезпечення при поданні комплексних чисел в алгебраїчній формі запису.

Для виконання чотирьох арифметичних дій над комплексними числами необхідно представити їх в алгебраїчній формі запису, що містить суму дійсної та уявної частини.

Для встановлення режиму роботи калькулятора над комплексними числами необхідно натиснути кнопку виклику других функцій «2ndF» і натиснути на кнопку виклику комплексних перетворень «CPLX». У верхньому розряді індикатора повинно висвітлитися повідомлення «CPLX», чим підтверджується правильність виконаних дій і готовність калькулятора до роботи з комплексними числами.

Якщо комплексне число задано в експоненціальній формі запису, то калькулятор має можливість перевести його в алгебраїчну форму запису. Для цього РОЗДІЛ комплексного числа в експоненціальній формі записується в комірці пам'яті кнопки «а», а кут експоненційної форми заноситься в комірку під кнопкою «b». Після введення в комірки пам'яті модуля аргументу перетворюють його в алгебраїчну форму шляхом впливу на кнопки «2ndF» і «→ху».

Виконання останньої команди приводить до виконання одномісної операції, після якої дійсна частина комплексного числа записан у комірці пам'яті зазначеної кнопкою «а», і в комірці пам'яті зазначеної кнопкою «b» буде записана уявна частина перетвореного комплексного числа.

Можливо і зворотнє перетворення комплексного числа алгебраїчної форми в показникову. У цьому випадку попередньо заносять дійсну частину в комірку пам'яті позначену кнопкою «а» і уявну частину в комірку пам'яті зазначену

кнопкою «b». Натисканням на кнопки «2ndF» і «r→θ» виконується перетворення комплексного числа з алгебраїчної форми запису в експоненціальну: в комірці пам'яті «a» буде записаний РОЗДІЛ, а в комірці «b» його аргумент.

Є можливість вимірювання аргументу в радіанах (RAD), градусах (DEG) і градах (GRA), тому необхідно стежити за показаннями верхнього регістра для правильного обліку в розрахунках розмірності кута.

Таке пряме і зворотне одномісне перетворення можливо виконати не тільки з першим, але також і з другим операндом.

Після введення першого операнда вибирають одне із чотирьох арифметичних дій і вводять другий операнд. Необхідно звернути увагу, що перед виконанням дії арифметичної операції над комплексними числами вони повинні бути представлені строго в алгебраїчній формі. Натискання на кнопку «=» призводить до виконання обраної арифметичної операції. Результат виконання операції знаходиться в осередках пам'яті «a» і «b» в алгебраїчній формі, так в осередку «a» є дійсна частина, а в «b» знаходиться уявна частина комплексного числа. Якщо комплексне число в алгебраїчній формі необхідно перетворити в експоненціальну форму, тоді шляхом натискання на кнопки «2ndF» і «r→θ» виконується перетворення комплексного числа з алгебраїчної форми подання в експоненціальну форму: в комірці пам'яті «a» буде знаходитися РОЗДІЛ числа, а в комірці «b» його аргумент.

**Приклад 1.** Необхідно знайти комплексне значення струму кола  $I$ , якщо відомо, що комплексне значення прикладеної напруги  $\underline{U} = 100e^{j120^\circ}$ , В і повний опір на ділянці кола  $\underline{Z} = 20e^{j-40^\circ}$ .

Увімкніть калькулятор. Натискаючи на кнопку «2ndF» викликаємо другі функції і натискаючи на кнопку «CPLX» викликаємо комплексні перетворення, вибираємо режим роботи калькулятора над комплексними числами. У верхньому регістрі індикатора з'явиться запис «CPLX».

Спочатку вводимо значення напруги в експоненціальній формі. Наберіть на клавіатурі значення модуля напруги 100, яке повинно бути видно в головному регістрі індикатора калькулятора і відсилаємо його в комірку пам'яті шляхом натискання на клавішу «a». Після цього введіть з клавіатури аргумент комплексного значення напруги 20 градусів (звертаємо увагу на верхній регістр калькулятора, який повинен показувати вимір кута в градусах DEG) і відправте в комірку пам'яті, натиснувши на кнопку «b». Потім вихідні РОЗДІЛ і аргумент комплексного напруги перетворимо з експоненціальної в алгебраїчну форму шляхом натискання на клавіші «2ndF» і «→ху». В головному регістрі індикатора висвічується число 93.96926208, яке записано у комірці пам'яті «a», і якщо натиснути на клавішу «b», то на головному регістрі індикатора з'явиться число, записане в клітинці «b» 34.20201433 – уявна частина комплексного прикладеної напруги, тобто після виконання одномісної операції зробили перетворення

$$\underline{U} = 100e^{j20^\circ} = 100 \angle 20^\circ = 93.96926208 + j34.20201433, В.$$

Введіть символ дії між операндами «÷», після чого вводять в регістр «а» значення модуля повного опору 20 і у клітинку «b» аргумент повного опору кола в градусах -40 (звертайте увагу на щоб у верхньому регістрі калькулятора висвічувалася розмірність аргументу в градусах DEG)). Після введення модуля та аргументу комплексного повного опору перетворимо його в алгебраїчну форму, натискаючи на кнопки «2ndF» і «→ху». Головний регістр індикатора висвічує число 15.32088886 яке записано у комірці пам'яті «а», і якщо натиснути на кнопку «b», то на головному регістрі індикатора з'явиться число, записане в клітинку «b» -12.85575219 – уявна частина повного опору, тобто після виконання одномісної операції зробили перетворення

$$\underline{Z} = 20e^{-j40^\circ} = 20 \angle -40^\circ = 15.32088886 - j12.85575219, V.$$

Натискаючи на кнопку «=» наводимо до виконання обраної арифметичної операції ділення комплексного напруги на комплексний повний опір. Результат виконання операції знаходиться в комірках пам'яті «а» і «b» в алгебраїчній формі, в комірці «а» перебуває дійсна частина 2.5 (висвічується на головному регістрі індикатора), і в «b» знаходиться уявна частина комплексного числа 4.330127019 (з'являється на екрані індикатора після натискання на кнопку «b»), тобто ми отримали

$$\underline{I} = 2.5 + j4.330127019, A.$$

Якщо значення струму необхідно перетворити її в експоненціальну форму, то шляхом натискання на кнопки «2ndF» і «→rθ» перетворимо число з алгебраїчної форми запису в експоненціальну: в комірці пам'яті «а» буде значення модуля числа 5, у клітинці «b» його аргумент, виражений в градусах 60

$$\underline{I} = 5e^{j60^\circ}, A.$$

Точність виконаних операцій легко перевірити за допомогою прямого ділення комплексу напруги на комплекс повного опору.

**Приклад 2.** Комплексне значення другого вихідного струму вузла, якщо перший вхідний струм  $\underline{I}_1 = 2.2e^{-j22^\circ} A$  і третій вихідний струм дорівнює  $\underline{I}_3 = 0.6 + j0.05 A$ .

Перш за все, необхідно включити калькулятор і встановити режим роботи перетворення комплексних чисел, натискаючи на кнопку других операцій «2ndF» та на кнопку виклику комплексних перетворень «CPLX». У верхньому регістрі індикатора повинен з'явитись запис «CPLX».

Введіть значення першого вузлового струму в експоненціальній формі. Наберіть на клавіатурі РОЗДІЛ струму 1.2, який з'явиться в головному регістрі індикатора і відправте його в комірці пам'яті, натискаючи на кнопку «а». Введіть



із клавіатури аргумент в градусах комплексного струму  $-22$  (звертайте увагу, що у верхньому регістрі індикатора висвічується вимір кута в градусах «DEG» і від'ємний знак аргументу не втрачається при його введенні, якщо він є у вихідному значенні) і відправте в комірку пам'яті, натиснувши на кнопку «b». Після операції введення модуля і аргументу першого струму, перетворимо його в алгебраїчну форму, натискаючи на клавіші «2ndF» і «→ху». Головний регістр індикатора висвітлює число 1.112620625, яке записано в комірку пам'яті «a», якщо натиснути клавішу «b», то на індикаторі з'явиться число, записане в клітинці «b»  $-0.449527912$ , це уявна частина комплексу струму, тобто після виконання одномісної операції вироблено перетворення

$$\underline{I}_1 = 2.2e^{-j22^\circ} = 2.2 \angle -22^\circ = 1.112620625 - j0.449527912, A.$$

Введіть символ дії між операндам «-», після чого введіть в регістр «a» значення дійсної частини третього струму 0.6 а у «b» - значення уявної частини третього струму 0.05. Немає необхідності в перетворенні третього струму з показникової форми в алгебраїчну, так як він вже заданий в алгебраїчній формі. Число 0.6 записано в комірку пам'яті «a», а в комірці «b» знаходиться додатне число 0.05 – уявна частина комплексного струму, тобто після виконання операції введення ввели значення третього струму

$$\underline{I}_3 = 0.6 + j0.05, A.$$

Натискання на клавішу «=» призводить до виконання обраної арифметичної операції вирахування з першого вхідного комплексного струму  $\underline{I}_1$  комплексне значення третього вихідного струму  $\underline{I}_3$ . Результатом виконання операції є знаходження шуканого струму  $\underline{I}_2$ , складові якого знаходяться в комірках пам'яті «a» і «b» в алгебраїчній формі, причому в «a» перебуває дійсна частина 0.12620625 (значення висвічується на індикаторі), і «b» уявна частина комплексного числа  $-0.499527912$  (з'явиться на індикаторі після натискання клавіші «b»), тобто ми отримуємо

$$\underline{I}_2 = 0.12620625 - j0.499527912, A.$$

Якщо значення струму необхідно перетворити в показову форму, тоді шляхом натискання на клавіші «2ndF» і «θ r→» перетворюють: в комірці пам'яті «a» буде записаний РОЗДІЛ числа 0.71575697, у клітинці «b» його аргумент  $-4.25888805$  (знак при цьому не втрачаємо)  $0.25888805.447155756970.2$  AI  $\theta = -22^\circ$ .

**Приклад 3.** Розрахуйте складові повної потужності  $S$ , якщо відомо прикладена ЕРС  $\underline{E}_3 = 100e^{j20^\circ} = 100 \angle 20^\circ = 93.96926208 + j34.20201433, V$  вхідний струм кола  $\underline{I}_1 = 1.2e^{-j22^\circ}, A$ . Обчисліть коефіцієнт потужності  $\cos\phi$ .

Увімкніть калькулятор і переведіть його в режим розрахунку комплексних чисел натискаючи на клавіші виклику других функцій «2ndF» та на клавішу виклику комплексних перетворень «CPLX». У верхньому регістрі індикатора повинна висвітлитися запис «CPLX».

Введіть значення ЕРС джерела енергії в алгебраїчній формі, якщо ми хочемо використовувати експоненціальну форму, тоді необхідно після введення в комірки пам'яті модуля та аргументу комплексного ЕРС перетворити її в експоненціальну форму шляхом натискання клавіш «2ndF» та «→ху».

Введіть символ дії між операндами «х», після чого введіть комплексно-спряжене значення вхідного струму. Наберіть на клавіатурі РОЗДІЛ струму 1.2, який висвічується в головному регістрі і відправте його в комірку пам'яті шляхом натискання на клавішу «а». Введіть з клавіатури аргумент комплексного струму 22 (звертайте увагу, щоб у верхньому регістрі висвічувалася розмірність аргументу в градусах DEG» і від'ємне значення аргументу змінено на позитивний) і відправте в комірку пам'яті, натиснувши на кнопку «b». Після введення модуля і аргументу вхідного комплексного значення струму перетворимо його в алгебраїчну форму шляхом натискання на клавіші «2ndF» і «→ху». На головному регістрі індикатора висвічується число 1.112620625, яке записано в комірку пам'яті «а», і якщо натиснути на клавішу «в», то на індикаторі з'явиться число, записане в комірку пам'яті «b» 0.449527912 – уявна частина комплексно-спряженого значення вхідного струму, тобто після виконання одномісної операції зроблено перетворення

$$\underline{I}_1 = 2.2e^{j22^\circ} = 2.2 \angle 22^\circ = 1.112620625 + j0.449527912, A$$

Натиснення на клавішу «⇒» призводить до виконання арифметичної обраної операції множення комплексної ЕРС  $\underline{E}_3$  і комплексно-спряженого значення

струму  $\underline{I}_1$ . Результатом виконання операції є складові повної потужності, записані в алгебраїчній формі в регістрах, причому в «а» знаходиться дійсна частина повної потужності 163.4318616 (висвічується на індикаторі, це активна потужність і її значення вимірюється у Вт), і в «b» уявна частина повної потужності 147.2087334 (це реактивна потужність, вимірюється у вар, з'явиться в регістрі після натискання клавіші «b»), тобто отримаємо

$$\underline{S} = 163.4318616 + j147.2087334, VA$$

Для знаходження повної потужності у явному вигляді необхідно перетворити алгебраїчну в показникову форму за допомогою натискання на клавіші «2ndF» і «→rθ», що перетворює алгебраїчну форму в показникову: в комірці пам'яті «а» буде записаний РОЗДІЛ числа 220, в комірці «b» його аргумент, виражений в градусах 42

$$\underline{S} = 220 \angle 42^\circ, VA$$

Таким чином, коло споживає значення повної потужності 220 ВА. Розрахункове значення коефіцієнта потужності для прийнятих вихідних даних

$$\cos \phi = 163.4318616 / 220 = 0.742 \text{ _o.e.}$$

Додаток F. Розрахунок параметрів кіл постійного струму в стаціонарному режимі в середовищі програмного забезпечення MathCard.

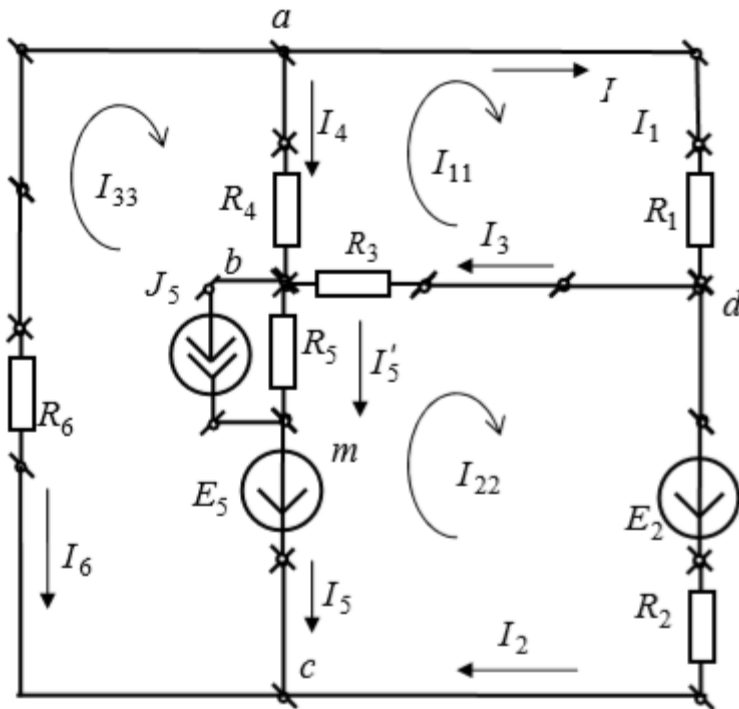


Fig.1.8

Початкові значення для резисторів  $R$ , які задані в Омах, для джерел ЕРС  $E$ , заданих в вольтах і для джерел струму  $J$ , заданих в амперах:

$$R1:=3.0 \quad R2:=2.0 \quad R3:=6.0 \quad R4:=5.0$$

$$R5:=4.0 \quad R6:=1.0 \quad E2:=80.0 \quad E5:=20.0 \quad J5:=15.0$$

1. Визначення струмів гілок за законами Кірхгофа:

Given

$$-I1 - I4 - I6 = 0$$

$$I3 + I4 - I'5 - J5 = 0$$

$$I2 + I5 + I6 = 0$$

$$I'5 + J5 - I5 = 0$$

$$I1 \cdot R1 + I3 \cdot R3 - I4 \cdot R4 = 0$$

$$I2 \cdot R2 + I'5 \cdot R5 - I3 \cdot R3 = E2 - E5$$

$$I4 \cdot R4 + I'5 \cdot R5 - I6 \cdot R6 = E5$$

$$Find(I1, I2, I'5, I3, I4, I5, I6) float, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 12.08 \\ 12.37 \\ -8.381 \\ -0.2878 \\ 6.906 \\ 6.619 \\ -18.99 \end{pmatrix}$$

Знайдені значення струмів гілок в амперах:

$$I1 := 12.08 \quad I2 := 12.37 \quad I3 := -0.2878 \quad I4 := 6.906 \\ I5 := 6.616 \quad I6 := -18.99 \quad I'5 := -8.381$$

2. Визначаємо струми гілок методом контурних струмів. Попередньо перетворимо джерело струму шляхом його заміни на еквівалентне джерело ЕРС. Власні контурні ЕРС  $E_{kk}$ , опори  $R_{kk}$  і суміжні опори  $R_{nm}$

$$E_{11} := 0 \quad E_{22} := E2 - E5 - J5 \cdot R5 \quad E_{33} := E5 + J5 \cdot R5 \\ R_{11} := R1 + R3 + R4 \quad R_{22} := R2 + R3 + R5 \quad R_{33} := R3 + R5 + R6 \\ R_{12} := R_{21} := R3 \quad R_{13} := R_{31} := R4 \quad R_{23} := R_{32} := R5$$

Складаємо і розв'язуємо систему рівнянь.

Given

$$I11 \cdot R_{11} - I22 \cdot R_{12} - I33 \cdot R_{13} = E_{11} \\ -I11 \cdot R_{21} + I22 \cdot R_{22} - I33 \cdot R_{23} = E_{22} \\ -I11 \cdot R_{31} - I22 \cdot R_{32} + I33 \cdot R_{33} = E_{33}$$

$$Find(I11, I22, I33) float, 4 \rightarrow \begin{pmatrix} 12.09 \\ 12.37 \\ 18.99 \end{pmatrix}$$

Значення контурних струмів в амперах:

$$I11 := 12.09 \quad I22 := 12.37 \quad I33 := 18.99$$

Від контурних струмів переходимо до струмів гілок в амперах:

$$I1 := I11 \quad I2 := I22 \quad I3 := I11 - I22 \quad I4 := -I11 + I33 \\ I5 := -I22 + I33 \quad I6 := -I33 \\ I1 = 12.09 \quad I2 = 12.37 \quad I3 = -0.2878 \quad I4 = 6.9 \\ I5 = 6.62 \quad I6 = -18.99$$

3. Розрахунок струмів гілок в перетвореній схемі (після заміни джерела струму) методом вузлових потенціалів.

Приймаємо потенціал одного вузла схеми рівним нулю (заземляємо точку  $d$ )  
 $V_D := 0$

Обчислюємо вузлові провідності в Сименсах і струми в Амперах:

$$G_{AA} := \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_6} \quad G_{BB} := \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \quad G_{CC} := \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}$$

$$G_{AB} := G_{BA} := \frac{1}{R_4} \quad G_{AC} := G_{CA} := \frac{1}{R_6} \quad G_{BC} := G_{CB} := \frac{1}{R_5}$$

$$I_{AA} := 0 \quad I_{BB} := -\frac{J_5 \cdot R_5 + E_5}{R_5} \quad I_{CC} := \frac{E_2}{R_2} + \frac{J_5 \cdot R_5 + E_5}{R_5}$$

Складаємо і розв'язуємо систему рівнянь.

Given

$$V_A \cdot G_{AA} - V_B \cdot G_{AB} - V_C \cdot G_{AC} = I_{AA}$$

$$-V_A \cdot G_{BA} + V_B \cdot G_{BB} - V_C \cdot G_{BC} = I_{BB}$$

$$-V_A \cdot G_{CA} - V_B \cdot G_{CB} + V_C \cdot G_{CC} = I_{CC}$$

$$\text{Find}(V_A, V_B, V_C) \text{ float, 5} \rightarrow \begin{pmatrix} 36.259 \\ 1.7266 \\ 55.252 \end{pmatrix}$$

Знайдені значення вузлових потенціалів у Вольтах:

$$V_A := 36.259 \quad V_B := 1.7266 \quad V_C := 55.252$$

Знайдені вузлові потенціали дозволяють розрахувати струми гілок за законом Ома:

$$I_1 := \frac{V_A - V_D}{R_1} \quad I_2 := \frac{V_D - V_C + E_2}{R_2} \quad I_3 := \frac{V_D - V_B}{R_3}$$

$$I_4 := \frac{V_A - V_B}{R_4} \quad I_5 := \frac{V_B - V_C + J_5 \cdot R_5 + E_5}{R_5} \quad I_6 := \frac{V_A - V_C}{R_6}$$

$$I_1 = 12.09 \quad I_2 = 12.374 \quad I_3 = -0.2878 \quad I_4 = 6.905$$

$$I_5 = 6.619 \quad I_6 = -18.993.$$

4. Розрахунок струму в гілці  $k=4$  методом еквівалентного генератора.

Етап 1. Розрахунок ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора. Методом двох вузлів знаходимо напругу  $U_{cd}$

$$U_{cd} := \frac{E_2 / R_2 + (J_5 \cdot R_5 + E_5) / (R_3 + R_5)}{1 / (R_1 + R_6) + 1 / R_2 + 1 / (R_3 + R_5)}$$

$$U_{cd} = 56,47 \text{ В.}$$

Струми холостого ходу в гілках еквівалентного генератора:

$$I_{6xx} := -I_{1xx} := \frac{U_{cd}}{R_1 + R_6} \quad I_{3xx} := I_{5xx} := \frac{U_{cd} - J_5 \cdot R_5 - E_5}{R_3 + R_5} \quad I_{2xx} := \frac{U_{cd} - E_2}{R_2}$$

$$I_{6xx} = -I_{1xx} = 14.1175 \quad I_{3xx} = I_{5xx} = -2.353 \quad I_{6xx} = 18,235$$

Знайдені значення струмів холостого ходу в Амперах:

$$I_{6xx} := -I_{1xx} := 14.1175 \quad I_{3xx} := I_{5xx} := -2.353 \quad I_{6xx} := 18,235$$

ЕРС холостого ходу еквівалентного генератора у Вольтах

$$VB_{xx} := 0$$

$$VA_{xx} := VB_{xx} + I3_{xx} \cdot R3 + I1_{xx} \cdot R1$$

$$VA_{xx} = -56.47$$

$$U_{xx} := VA_{xx} - VB_{xx}$$

$$E_{xx} := -U_{xx}$$

$$E_{xx} = 56.47$$

Етап 2. Розрахунок внутрішнього опору еквівалентного генератора. Зробимо перетворення з'єднаних в трикутник резисторів  $R_1, R_2, R_6$  в еквівалентне з'єднання зіркою  $R_a, R_b, R_c$  Значення опорів в Омах:

$$R_a := R1 \cdot R6 / (R1 + R2 + R6) \quad R_d := R2 \cdot R6 / (R1 + R2 + R6)$$

$$R_c := R1 \cdot R2 / (R1 + R2 + R6)$$

$$R_a = 0.5 \quad R_b = 0.333 \quad R_c = 1$$

Значення опорів в Омах:

$$R_a := 0.5 \quad R_b := 0.333 \quad R_c := 1$$

Внутрішній опір еквівалентного генератора в Омах:

$$R_g := R_a + \frac{(R_b + R5) \cdot (R_c + R3)}{R_b + R5 + R_c + R3}$$

$$R_g := 3.175$$

Етап 3. Шукане значення струму четвертої гілки

$$I4 := \frac{E_{xx}}{R4 + R_g}$$

$$I4 := 6.9$$

1. Баланс потужностей

Сумарне значення потужностей джерел у ватах:

$$P_s := E2 \cdot I2 + E5 \cdot I5 + J5 \cdot I'5 \cdot R5$$

$$P_s = 1676.32$$

Сумарне значення потужностей навантаження у ватах:

$$P_l = R1 \cdot I1^2 + R2 \cdot I2^2 + R3 \cdot I3^2 + R4 \cdot I4^2 + R5 \cdot I'5^2 + R6 \cdot I6^2$$

$$P_l = 1625.08$$

**Додаток Г. Розрахунок комплексних значень параметрів кола змінного струму в стаціонарних режимах в середовищі програмного забезпечення MathCard.**

1. Розрахунок вихідних даних.

Кутова частота  $\omega := 400$  рад/с.

Комплексні опори реактивних елементів кола, Ом

$$R1 := 10 \quad R2 := 12$$

$$XL1 := i\omega \cdot 6 \cdot 10^{-3} \quad XL2 := i\omega \cdot 4 \cdot 10^{-3}$$

$$XL3 := i\omega \cdot 8 \cdot 10^{-3}$$

$$XC1 := -i \frac{1}{\omega \cdot 9 \cdot 10^{-6}}$$

$$XC2 := -i \frac{1}{\omega \cdot 40 \cdot 10^{-6}}$$

$$XC3 := -i \frac{1}{\omega \cdot 8 \cdot 10^{-6}}$$

Комплексне значення ЕРС, В

$$E1 := \frac{200}{\sqrt{2}} e^{i0} \quad E2 := \frac{220}{\sqrt{2}} e^{i\frac{\pi}{6}}$$

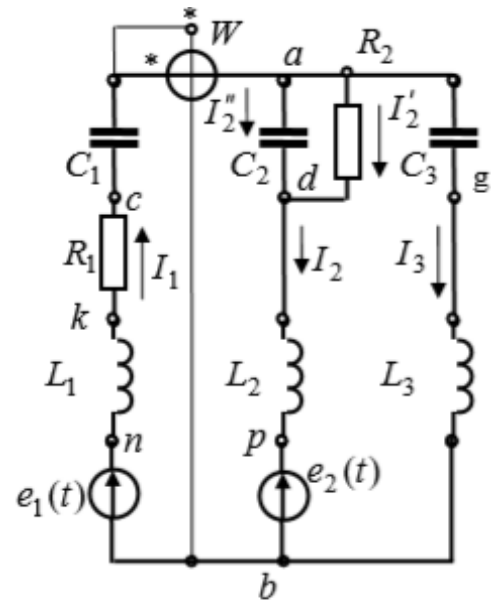


Fig.2.21

2. Використовуючи метод двох вузлів робимо

розрахунок в символічній формі. Напряга між вузлами схеми

$$V_{bb} := 0 \quad Y_{11} := \frac{1}{R1 + XC1 + XL1} + \frac{1}{\frac{R2 \cdot XC2}{R2 + XC} + XL2} + \frac{1}{XC3 + XL3}$$

$$I_{aa} := \frac{E1}{R1 + XC1 + XL1} + \frac{E2}{\frac{R2 \cdot XC2}{R2 + XC} + XL2}$$

Given

$$Y_{11} \cdot V_{aa} = I_{aa}$$

$$\text{Find}(V_{aa}) \text{ float, 4} \rightarrow 15.88 + 56.34i$$

Знаходимо струми гілок, використовуючи закон Ома для ділянки кола із джерелами енергії

$$I1 := \frac{V_{bb} - V_{aa} + E1}{R1 + XC1 + XL1} \quad I2 := \frac{V_{aa} - V_{bb} + E2}{\frac{R2 \cdot XC2}{R2 + XC} + XL2} \quad I3 := \frac{V_{aa} - V_{bb}}{XC3 + XL3}$$

$$I1 = 1.73 - 1.245i \quad I2 = -0.182 + 0.503i \quad I3 = 1.907 - 1.748i$$

Струми через опір і конденсатор в другій гілці знаходимо відповідно до правила розподілу струмів між двома паралельними гілками

$$I'2 := \frac{I2 \cdot XC2}{XC2 + R2} \quad I''2 := \frac{I2 \cdot R2}{XC2 + R2}$$

$$I'2 = 1.515 - 2.039i \quad I''2 = 0.392 + 0.291i$$

Розрахунок комплексних падінь напруг на елементах кола

$$UL1 := I1 \cdot XL1 \quad UR2 := I'2 \cdot R2 \quad UC1 := I1 \cdot XC1 \quad UL2 := I2 \cdot XL2$$

$$UL3 := I2 \cdot XL3 \quad UR1 := I1 \cdot R1 \quad UC3 := I3 \cdot XC3 \quad UC2 := I''2 \cdot XC2$$

$$UL1 = 2.987 + 4.153i \quad UR2 = 18.181 - 24.471i \quad UC1 = -34.57 - 48.068i$$

$$UL2 = 2.798 + 3.051i \quad UL3 = -1.611 - 0.583i \quad UR1 = 17.304 - 12.455i$$

$$UC3 = 157.311 + 56.943i \quad UC2 = 18.181 - 24.472i$$

3. Побудування сумісної векторної діаграми напруг і струмів на комплексній площині

$$n := 1 \dots 13 \quad I1 := 0 \quad I2 := I1 \quad I3 := 0 \quad I4 := I2 \quad I5 := 0 \quad I6 := I3 \quad I7 := 0 \quad I8 := I'2$$

$$I9 := 0 \quad I10 := I'2$$

$$U1 := 0 \quad U2 := -E1 \quad U3 := 0 \quad U4 := UR1 - E1 \quad U5 := U4 + UL1$$

$$U6 := U5 + UL3 \quad U7 := U6 + UC3 \quad U28 := U5 \quad U29 := U28 + UL2$$

$$U210 := U29 + UC2 \quad U211 := U210 + E2 \quad U212 := U29 \quad U213 := U212 + UR2$$

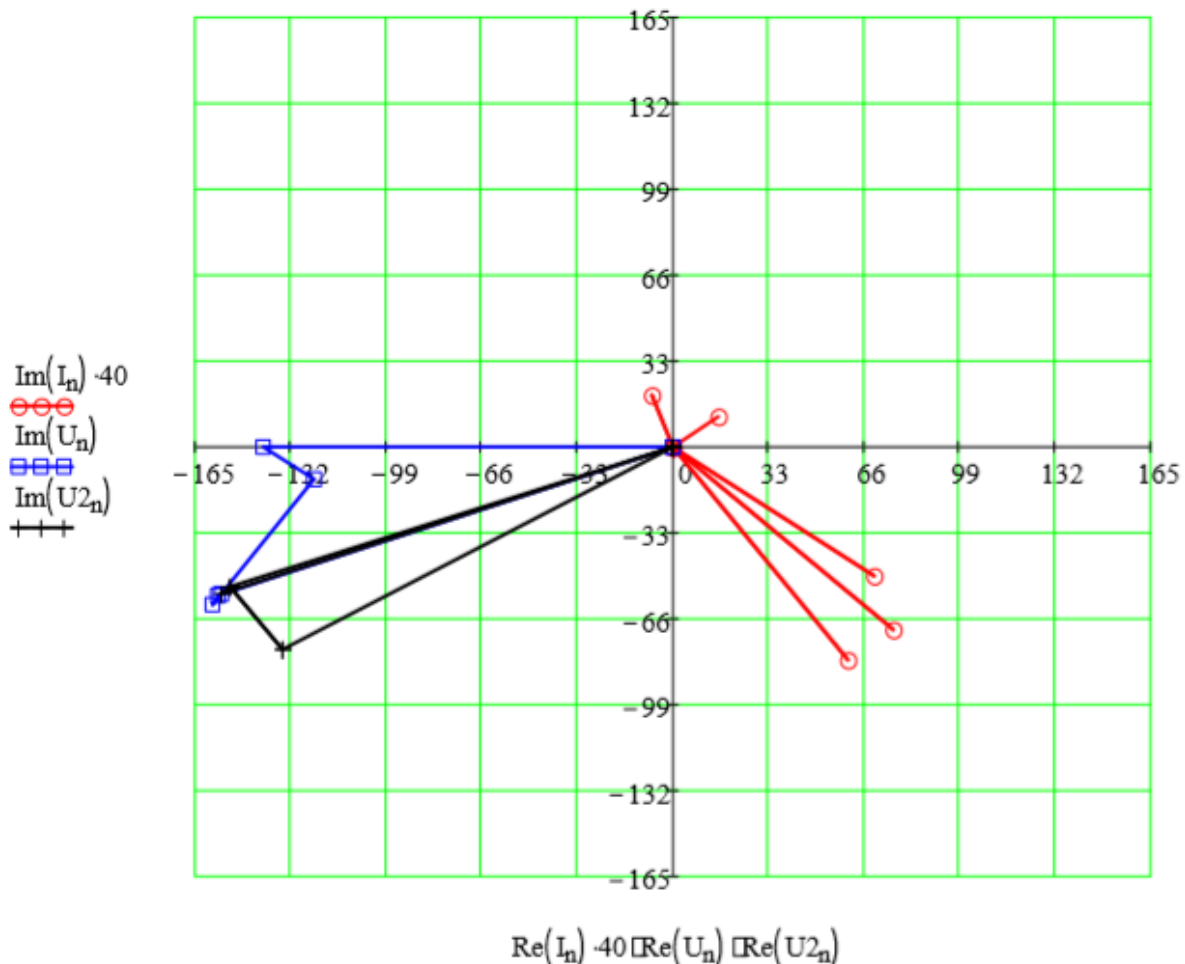


Fig. 2.22

4. Розрахунок балансу потужностей.  
Споживана активна потужність, Вт



$$P_{ном} := (|I1|)^2 \cdot R1 + (|I'2|)^2 \cdot R2$$

$$P_{ном} = 122.885$$

Споживана реактивна потужність, вар

$$Q_{ном} := (|I1|)^2 \cdot (|XL1| - |XC1|) + (|I3|)^2 \cdot (|XL3| - |XC3|) + (|I2|)^2 \cdot |XL2| - (|I'2|)^2 \cdot |XC2|$$

$$Q_{ном} = -208.109$$

Активна (Вт), реактивна (вар) і повна (ВА) потужності, які генеруються джерелами ЕРС

$$P1_{уст} := (|E1| \cdot |I1|) \cdot \cos(\arg(E1) - \arg(I1)) \quad Q1_{уст} := (|E1| \cdot |I1|) \cdot \sin(\arg(E1) - \arg(I1))$$

$$P2_{уст} := (|E2| \cdot |I2|) \cdot \cos(\arg(E2) - \arg(I2))$$

$$Q2_{уст} := (|E2| \cdot |I2|) \cdot \sin(\arg(E2) - \arg(I2))$$

$$P_{уст} := P1_{уст} - P2_{уст} \quad Q_{уст} := Q1_{уст} - Q2_{уст}$$

$$P_{уст} = 123.86 \quad Q_{уст} = -207.855$$

$$S_{уст} := \sqrt{P_{уст}^2 + Q_{уст}^2} \quad S_{уст} = 241.96$$

Покази ватметра, Вт

$$P_W := |Vaa| \cdot |I1| \cdot \cos(\arg(Vaa) - \arg(I1)) \quad P_W = 77.42$$

Побудова графіків миттєвих значень струмів та ЕРС джерела живлення

$$uE1 := |E1| \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \arg(E1)) \quad uE2 := |E2| \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \arg(E2))$$

$$i1 := |I1| \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \arg(I1)) \quad i2 := |I2| \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \arg(I2))$$

$$i3 := |I3| \cdot \sqrt{2} \sin(\omega \cdot t + \arg(I3))$$

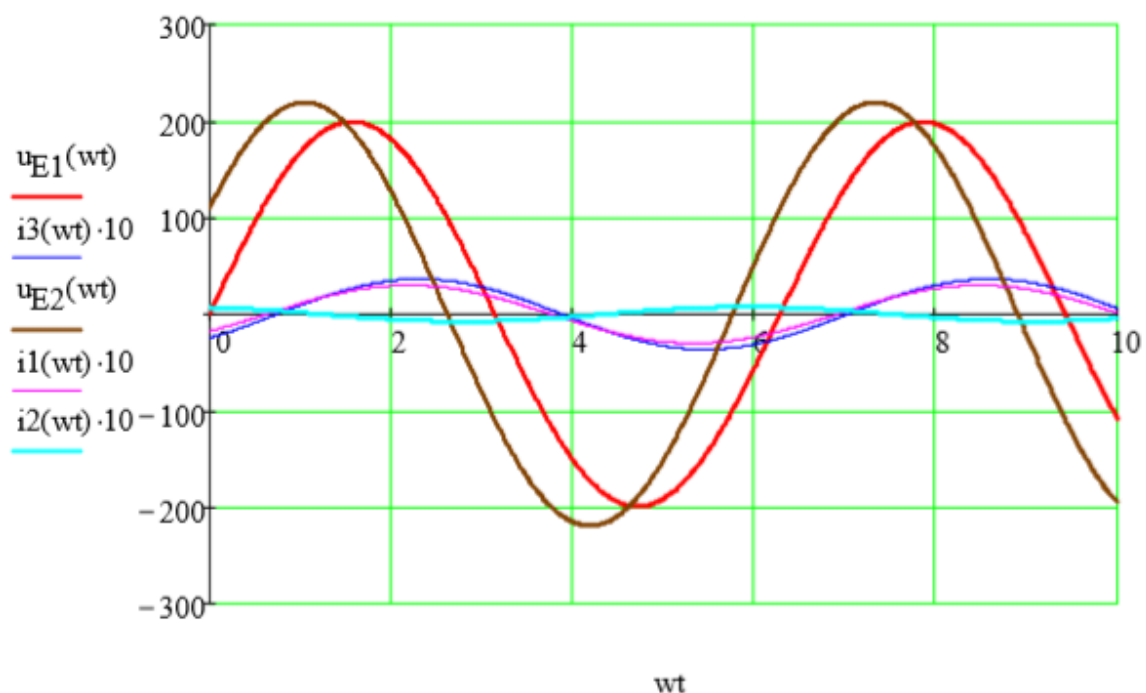


Fig. 2.23

## ЛІТЕРАТУРА

1. Бессонов Л.А. Теоретичні основи електротехніки. Електричні кола. – М.: Вища школа, 1996.-639 с.
2. Основи теорії кіл. Г.В.Зевеке, П.А. Іонкін, А.В.Нетушил, С.В.Страхов. – М.: ЕнергоОмвидат, 1989. – 528 с.
3. Нейман Л.Р., Демирчяк К.С. Теоретичні основи електротехніки. Ч.1. – Л.: Енерговидат, 1981. – 536 с.
4. Атабеков Г.І. Теоретичні основи електротехніки. Ч.1. – М.: Енергія, 1978. – 592 с.
5. Шебес М.Р. Теорія лінійних електричних кіл у завданнях та задачах. – М.: Вища школа, 1967. – 478 с.
6. Каплянський А.Е., Лисенко А.П., Полотовський Л.С. Теоретичні основи електротехніки. М.: Вища школа. – 1972. 448 с.

Автор

**Хілов Віктор Сергійович**

**Методичні вказівки до самостійних та практичних занять  
і контрольні завдання з дисципліни  
ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ ЕЛЕКТРОТЕХНІКИ, ЧАСТИНА 1  
(розділи: «Основи теорії кіл постійного струму» та  
«Основи теорії кіл гармонійного однофазного струму»  
для студентів спеціальності  
141 – Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка**

Друкується в редакції автора.

Підготовлено до виходу в світ  
у Національному технічному університеті  
«Дніпровська політехніка».  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру ДК № 1842  
4960050, м. Дніпро, просп. Д. Яворницького, 19